RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 5 giugno 1909.

P. Blaserna, Presidente.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisica. — *Sui valori limiti del campo fra i quali si producono i raggi magnetici.* Nota del Socio Augusto Righi.

I getti luminosi, conformati sensibilmente a tubi di forza magnetica, che si formano a partire dal catodo di un tubo di scarica posto in un campo magnetico, si presentano di solito bruscamente per un certo valore del campo, se l'intensità di questo si fa crescere gradatamente a partire da zero. Tale improvviso cambiamento d'aspetto della luminosità della scarica è uno degli argomenti addotti contro l'opinione, finora generalmente accolta in mancanza di meglio, secondo la quale quei getti di luce altro non sarebbero che i raggi catodici conosciuti, deformati dal campo e ridotti ad avere una forma simile a quella di eliche attorcigliate attorno alle linee di forza.

Però, nel corso di una lunga serie di ricerche sperimentali tendenti a confermare una mia particolare teoria, che mi ha indotto a designare col nome di *raggi magnetici* quei fasci luminosi, ebbi a riconoscere che in certi casi la loro apparizione avveniva invece in modo graduale, e che spesse volte, seguitando a far crescere l'intensità del campo, i raggi magnetici sparivano. Quest'ultimo fatto ha evidentemente una speciale importanza perchè, mentre

fu previsto come conseguenza della mia ipotesi, non si saprebbe come spiegarlo da chi professa l'opinione accennata più sopra.

I valori del campo, che corrispondono all'apparire e allo sparire dei raggi magnetici, dipendono da un gran numero di circostanze, e principalmente dalla forma e dimensioni del tubo di scarica, dalla pressione dell'aria nel medesimo, dalla forma e grandezza del catodo, e dall'intensità della corrente di scarica; ma non sempre si riesce a determinarli, sia perchè il cambiamento può avvenire con lentezza, sia perchè può aver luogo con intensità di campo o piccolissime o grandissime.

Per mettere qualche ordine e chiarezza in questo comportamento apparentemente irregolare, mi è sembrato utile cercare di realizzare possibilmente tali condizioni sperimentali, che tanto l'apparire dei raggi magnetici quanto la loro scomparsa avvengano in modo ben netto, e per valori del campo nè troppo piccoli, nè troppo elevati. Era sperabile che modificando poscia qualche poco ad una ad una le condizioni sperimentali, si sarebbe riusciti a riconoscere in che senso si spiega la loro influenza.

Siccome poi avevo già constatato, non solo che nei tubi della forma da me adottata, al crescere dell'intensità del campo magnetico aumenta la differenza di potenziale fra gli elettrodi del tubo, ma che nel momento in cui appariscono i raggi magnetici si accentua fortemente la rapidità con cui cresce quella differenza, e che inoltre alla sparizione dei raggi corrisponde una diminuzione della differenza stessa; così, anzichè limitarmi ad osservare la luminosità nel tubo, ho istituito delle misure sistematiche dei potenziali di scarica corrispondenti a valori gradatamente crescenti del campo magnetico.

Questa intensità era sempre dedotta per via di interpolazione da un certo numero di determinazioni preventivamente fatte col metodo della polarizzazione rotatoria nel solfuro di carbonio. Simile valutazione, certamente non molto precisa, anche perchè con essa non si tien conto dei fenomeni d'isteresi nel nucleo, era però sufficiente per lo scopo in vista. Secondo la regola sempre seguìta, i valori del campo si riferiscono ad un punto dell'asse del rocchetto distante un centimetro e mezzo dal rocchetto, e cioè presso a poco al luogo occupato ordinariamente dal catodo. La differenza di potenziale venne poi misurata mediante un voltametro elettrostatico di Kelvin.

Il tubo di scarica adoperato è quello rappresentato in giuste proporzioni dalla fig. 1. Il lettore potrà eventualmente valutare le dimensioni delle varie sue parti, sapendo che il largo tubo AB aveva il diametro di 47 mm.

In M sta l'anodo, ed N è il catodo, in forma di dischetto munito di un gambo metallico e circondato da un cannello di vetro ND che lo sopravvanza. La sola differenza fra il tubo della fig. 1 ed i tubi adoperati in varie mie antecedenti esperienze sta in ciò, che il catodo, invece di essere saldato alla estremità del tubo ABC, è fissato in L con ceralacca ad un tubo

CL riunito al tubo principale per mezzo di una giuntura a smeriglio. Tale disposizione rendeva facile lo scambio del catodo.

Rarefatta l'aria sino al grado voluto mediante una pompa rotativa a mercurio e attraverso il cannello E, e fatti comunicare gli elettrodi coi poli di una batteria di 2600 piccoli accumulatori, il cui circuito conteneva delle resistenza variabili e grandissime (colonne d'alcool) non che un galvanometro tarato, si leggeva la differenza di potenziale agli elettrodi, poi si ripeteva

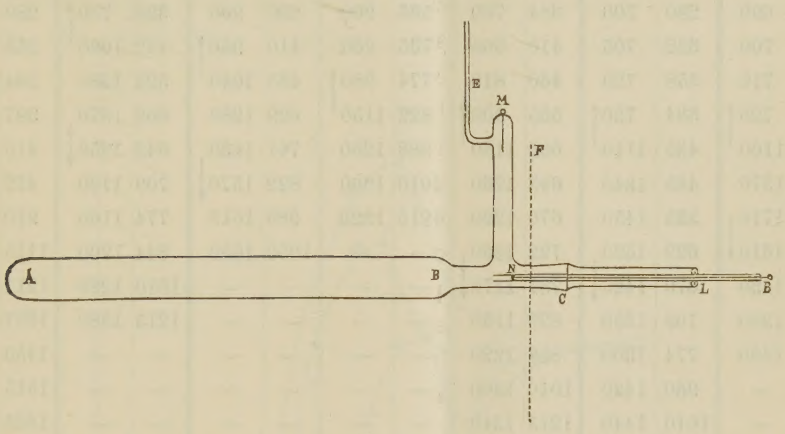


Fig. 1.

tale misura un gran numero di volte, dopo avere eccitato il campo magnetico e aumentata grado a grado l'intensità di questo. Come sempre, il campo era prodotto da un rocchetto, la cui faccia polare giungeva in F, poichè la porzione CLD del tubo di scarica penetrava nel foro del nucleo.

Compiuta una tale serie di misure, se ne fecero altre, dopo avere variato o la pressione dell'aria, o l'intensità della corrente di scarica ecc.

Non occorre trascrivere tutti i risultati numerici così raccolti, perchè essi conducono a conclusioni, le quali fra loro concordano benissimo; giova però riportare sette di tali serie scelte in modo, che dal loro confronto risultino utili conclusioni.

Catodo 7 mm Pressione 0,40 Corrente 74.10^{-6}		7 0,40 136.10^{-6}		7 0,40 191.10^{-6}		7 0,40 389.10^{-6}		7 0,24 136.10^{-6}		7 0,67 136.10^{-6}		4 0,40 74.10^{-6}	
A		B		C		D		E		F		G	
0	670	0	680	0	700	0	800	0	800	0	680	0	910
205	680	205	690	280	740	410	870	160	890	160	690	205	920
250	690	280	700	384	760	535	900	280	900	338	730↑	280	930
280	700	332	705	410	800	735	960	410	960↑	472	1090	358	990
306	710	358	720	460	810	774	980↑	485	1040	522	1230	384	1060
319	720↑	384	730↑	535	900↑	822	1150	629	1380	602	1370	397	1140
410	1160	435	1110	602	1180	888	1260	761	1630	643	1250↓	410	1190↑
535	1570	485	1340	643	1260	1010	1300	822	1570↓	709	1120	472	1450
670	1710↓	535	1450	670	1290	1215	1320	980	1613	774	1160	910	1890
709	1610	629	1530↓	722	1330↓	—	—	1050	1650	844	1200	1115	2000
787	1430	670	1425	787	1170	—	—	—	—	1010	1280	1215	2040
844	1380	709	1350	822	1150	—	—	—	—	1215	1380	1337	2100
910	1380	774	1300	888	1220	—	—	—	—	—	—	1450	2120↓
—	—	960	1430	1010	1300	—	—	—	—	—	—	1515	2100
—	—	1010	1440	1215	1340	—	—	—	—	—	—	1635	1950
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1705	1900
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1793	1850

Per ciascuna delle sette serie di misure A, B, ... G, i numeri della prima colonna dànno l'intensità del campo magnetico in unità assolute, e quelli della seconda la differenza di potenziale agli elettrodi espressa in volta. In alto sono poi notati: il diametro del catodo in millimetri, la pressione dell'aria in mm. di mercurio, e l'intensità della corrente che attraversa il tubo espressa in ampère.

Per acquistare un'idea chiara del modo nel quale varia il potenziale di scarica al variare del campo, giova esaminare una delle serie, per esempio la prima.

Senza campo magnetico, il potenziale di scarica era di 670 volta; poi assunse valori gradatamente crescenti, sino alla lettura fatta col campo 319; ma passando al campo 410, l'aumento di potenziale fu assai grande. In pari tempo mutò improvvisamente l'aspetto della scarica, e cioè si deformò in un modo speciale la colonna positiva nel ramo laterale, mentre il breve fascio divergente di raggi catodici uscente dal catodo, si allungò d'un tratto, divenendo più brillante e assumendo la forma di tubo di forza. In una parola, comparvero i raggi magnetici. Aumentando ancora il campo, il potenziale di scarica seguitò a crescere sino ad un massimo; dopo di che si ebbe una diminuzione abbastanza rapida, accompagnata da una nuova modificazione nel-

l'aspetto della scarica. Tale modificazione consiste in ciò, che il fascio di raggi magnetici s'accorcia e impallidisce rapidamente e poi sparisce affatto. Infine, dopo una discesa del potenziale sino ad un minimo, si verificò generalmente un lento aumento paragonabile a quello osservato nel periodo iniziale.

La curva segnata 74 (intensità della corrente in microampère) nella fig. 2, fu disegnata prendendo come ascisse i valori del campo magnetico

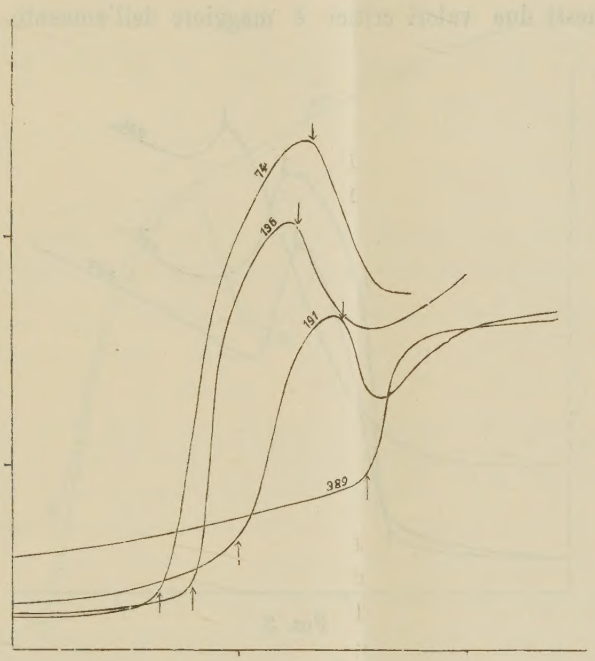


Fig. 2.

della serie A, e come ordinate quelli della differenza di potenziale. Tanto nella tabella che nella figura, si è indicato con una freccia rivolta all'insù l'apparizione dei raggi magnetici, e con una freccia rivolta all'ingiù la loro scomparsa.

È bene chiarire in che consista realmente questa scomparsa. Per un certo valore del campo i raggi magnetici si affievoliscono più o meno rapidamente e scompaiono, senza però che l'aspetto della scarica torni quello che si ha con campo nullo. Oltre che naturalmente si vede sempre la colonna positiva come schiacciata contro la parete del ramo laterale, si osserva una luminosità avente i caratteri di quella dei raggi magnetici, che riempie lo spazio esistente fra il gambo del catodo ed il cannello che lo circonda. Questa specie di raggi magnetici partenti dalla faccia posteriore del catodo,

che fu osservata da altri, persistè anche colle più grandi intensità di campo da me raggiunte.

Nella fig. 2 sono disegnate, oltre alla curva della serie A, anche le curve corrispondenti alle serie B, C, D. Da esse si ricava quale influenza abbia sui fenomeni l'intensità della corrente di scarica. Si vede infatti, che al crescere della intensità della corrente aumentano i due valori critici del campo, cioè quello pel quale appaiono i raggi magnetici e quello pel quale spariscono più o meno bruscamente davanti al catodo; ma l'aumento del primo di questi due valori critici è maggiore dell'aumento del secondo,

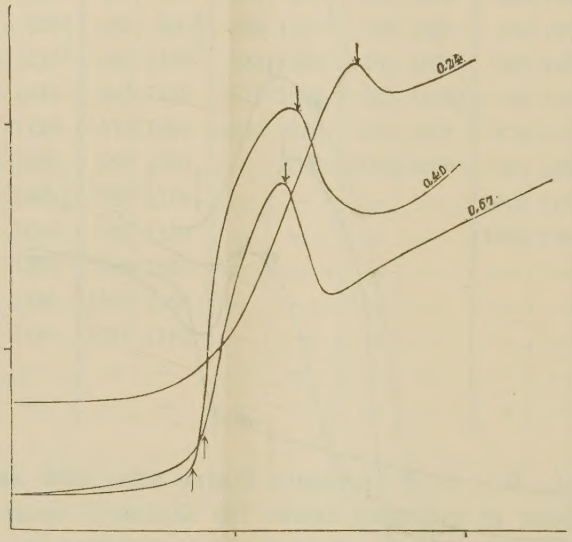


Fig. 3.

cosicchè l'intervallo che li separa diminuisce al crescere della intensità della corrente. Ne consegue che, se si fa uso d'una corrente troppo intensa, si arriva a non ottenere più abbastanza distinto il fenomeno dei raggi magnetici, per quanto si varii l'intensità del campo. Anzi, nel caso della corrente di 389.10^{-6} ho potuto osservare nettamente solo la comparsa dei raggi magnetici, ed è perciò che presso la curva corrispondente della fig. 2, come pure nella seconda colonna della serie D, non è tracciata la freccia diretta al basso. In realtà accadeva, che insieme ai raggi magnetici (e qualche volta anche prima, cioè con un minor valore del campo) si formava quella certa luce al didietro del catodo che, con correnti meno intense, compare solo al cessare dei raggi magnetici; e quando si seguitava ad aumentare l'intensità del campo, mentre questa luce persisteva, quella dei raggi magnetici gradatamente e prontamente si affievoliva, senza che si potesse indicare con precisione per quale valore del campo essa scompariva.

Le curve fig. 3, costruite coi dati delle serie B, E, F, indicano l'andamento dei fenomeni a diverse pressioni e per una stessa intensità di corrente. Come si vede, un aumento di pressione fa avvicinare fra loro i due valori critici, come accade coll'aumentare l'intensità della corrente. Però, per pressioni basse, la comparsa dei raggi magnetici si effettua a bassi valori del campo, e generalmente non più in modo brusco, tanto che non si è potuto asse-

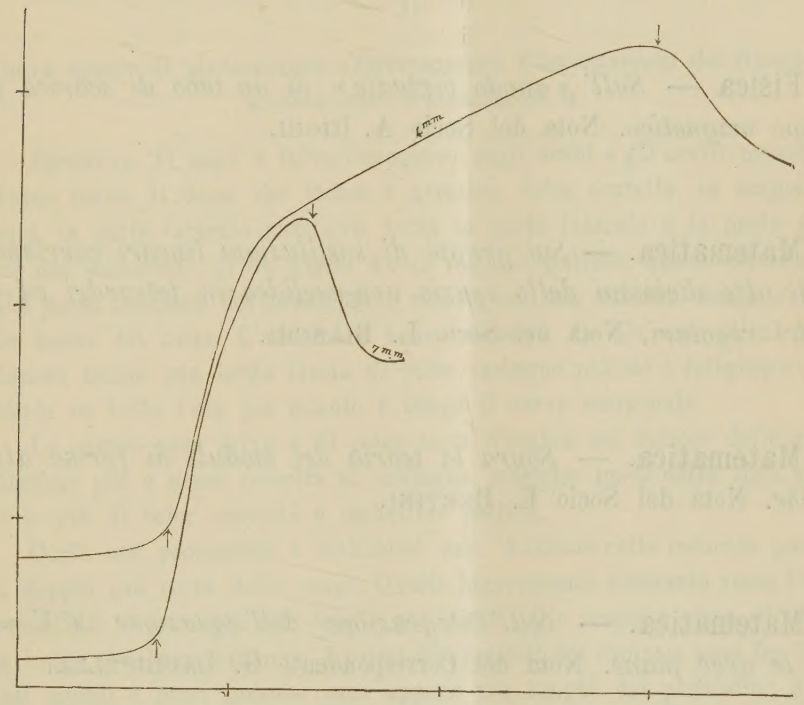


Fig. 4.

gnare la posizione della freccia rivolta all'insù nel caso della pressione 0,24. Ciò si verificò anche in esperienze anteriormente descritte (1).

È facile ora comprendere come, procedendo a caso, possa accadere di non riescire a realizzare in modo soddisfacente il fenomeno dei raggi magnetici. In generale si ha maggior probabilità di ottenerli con pressione abbastanza bassa e con corrente debole; se non che allora la intensità luminosa di essi è scarsa, e la loro estensione obbliga all'impiego di tubi di grandissima lunghezza.

Infine la fig. 4, che mette a confronto le curve costruite colle serie A e G, rende palese quanto sia vantaggioso il ridurre il diametro del dischetto

(1) Mem. della R. Acc. di Bologna, 17 gennaio 1909, pag. 95.

di alluminio funzionante da catodo. Come si vede, se questo è di 4 anzichè di 7 millimetri di diametro, l'intervallo che separa i due valori critici del campo magnetico è considerevolmente maggiore.

Naturalmente, se le esperienze descritte venissero ripetute con un tubo di dimensioni differenti da quelle del tubo fig. 1, pur rimanendo invariato l'andamento generale dei fenomeni, si troverebbero certamente dei differenti valori critici del campo magnetico.

Fisica — *Sull' « anodo virtuale » di un tubo di scarica nel campo magnetico.* Nota del Socio A. Righi.

Matematica. — *Sui gruppi di sostituzioni lineari corrispondenti alle divisioni dello spazio non-euclideo in tetraedri ed ottaedri regolari.* Nota del Socio L. Bianchi.

Matematica. — *Sopra la teoria dei moduli di forme algebriche.* Nota del Socio E. Bertini.

Matematica. — *Sull' integrazione dell'equazione* $\Delta^{2_1}U = 0$ *per le aree piane.* Nota del Corrispondente G. Lauricella.

Geodesia. — *Quarta campagna gravimetrica in Sicilia nel 1906.* Nota del Corrispondente A. Venturi.

Le Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Zoologia agraria. — *Notizie e descrizioni preliminari di insetti parassiti della Diaspis pentagona.* Note II-III del Corrispondente F. Silvestri.

II.

Nuova specie di *Aphelininae (Hymenoptera Chalcidoidea)* del Giappone. *Archenomus orientalis* sp. n.

Femmina. Il capo è fulvo-ferrugineo cogli occhi e gli ocelli nerastri, le antenne fulve. Il dorso del torace è nerastro, collo scutello, le scapole, le tegole, la parte laterale anteriore, tutta la parte laterale e la parte posteriore del mesoscuto di un giallo d'ocra o giallo pallido. Questo colore giallo nella parte mediana del mesonoto è ridotto ad una stretta fascia o scompare anche del tutto. L'addome è bruno-nerastro. Le ali sono ialine ma le anteriori hanno una larga fascia di color castagno pallido o fuligineo, che si estende su tutta l'ala per quanto è lungo il nervo marginale.

Le zampe sono fulve o di color terra d'ombra col femore delle zampe posteriori più o meno colorito di castagno, maggior parte della tibia e tarsi per lo più di color nocciola o isabellino pallido.

Occhi con pochissimi e cortissimi peli. Antenne colla radicola poco più del doppio più corta dello scapo. Questo leggermente attenuato verso l'apice. Il pedicello è poco più del doppio più corto dello scapo e circa il doppio più lungo che largo all'apice. I primi due articoli del funicolo sono fra di loro quasi uguali e presi insieme sono appena più lunghi del pedicello; di essi il primo è quasi un terzo più lungo del secondo od un quarto (o anche meno) più corto del terzo, che è un poco più ingrossato del secondo. La clava è attenuata ed è circa tre quinti più lunga del funicolo.

Il mesonoto e lo scutello hanno ciascuno quattro setole. Le ali anteriori sono poco meno di tre quarti più lunghe che larghe e le setole più lunghe della frangia sono circa un terzo più corte della larghezza maggiore delle stesse ali.

L'addome è circa un terzo più lungo che largo. L'ovopositore sorpassa di poco l'ultimo segmento addominale.

Lo sperone apicale della tibia del secondo paio è un poco più corto del primo e secondo articolo tarsale presi insieme.

Larghezza del corpo mm. 0,78; larghezza del torace mm. 0,26; lunghezza dell'ala anteriore mm. 0,60; larghezza della stessa mm. 0,18; lunghezza delle antenne mm. 0,52; lunghezza delle zampe medie mm. 0,56.

Habitat: Giappone (Tokyo); introdotto in Italia presso Acerra (Caserta) e a Grottamare (Ascoli Piceno).

Osservazione. Questo *Archenomus* si distingue molto facilmente dall'*A. bicolor* How., soprattutto per la forma degli articoli del funicolo delle antenne, per il torace un po' meno largo, per le ali anteriori più strette e aventi una frangia di setole un poco più lunghe.

Di questo *Archenomus* nacquero dal 21 al 25 maggio una trentina di esemplari, dei quali venti furono portati il 25 maggio ad Acerra nell'Osservatorio diaspidico (1) del laboratorio di entomologia di Portici.

Nei giorni 2-4 giugno si ebbe un'altra nascita di adulti (circa 15) di un terzo invio di rametti di gelso giunti dal Giappone a Portici il 3 maggio. Questi esemplari furono portati ad Acerra e a Grottamare.

Oltre l'*Aphelinus* e l'*Arrhenophagus*, dei quali feci cenno nella Nota precedente, e l'*Archenomus* sopra descritto, fino ad oggi ho ottenuto dai rametti del Giappone infetti di *Diaspis* e inviatimi in tre volte dal dottor S. I. Kuwana, altre quattro specie di Imettori endofagi ed una specie di *Cecidomydae*. Dell'*Aphelinus* si sono ottenuti già adulti della 2ª generazione.

III.

Una nuova specie di *Prospaltella (Aphelininae)* dell'Africa Meridionale. *Prospaltella diaspidicola* sp. n.

Femmina. Capo, antenne, torace e zampe di color fulvo-ferrugineo più o meno pallido, occhi nerastri, addome castagno colla parte posteriore dei segmenti ferruginea o fulvo-ferruginea. Ali ialine, però quelle anteriori hanno una fascia trasversale leggerissimamente affumicata lunga quanto il nervo marginale e larga quanto l'ala.

Occhi con pochi e corti peli. Antenne colla radicola un poco più di due terzi più corta dello scapo che è un poco più del doppio più lungo del pedicello. Questo è un poco più lungo del primo articolo del funicolo che è più sottile e più corto del secondo articolo. Il terzo articolo è in lunghezza subuguale al secondo e di esso un poco più grosso. La clava è attenuata e circa un terzo più lunga del funicolo.

Il mesoscuto e lo scutello hanno ciascuno quattro setole.

(1) Questo Osservatorio, d'accordo col prof. Sotzia, direttore della cattedra ambulante d'agricoltura di Caserta, e col proprietario del fondo, ing. E. Nuzzo, è stato fondato a pochi passi dalla stazione di Acerra in un giardino, circondato in parte da muro e in parte da siepi, nel quale si trovano buon numero di giovani gelsi infetti da alcuni anni da *Diaspis pentagona*.

L'addome è alquanto più lungo che largo. L'ovopositore sorpassa di poco l'addome.

Le ali anteriori sono due terzi più lunghe che larghe e aventi le più lunghe setole della frangia meno di un terzo più corte della larghezza dell'ala.

Lo sperone della tibia del secondo paio di zampe è attenuato, acuto e poco più corto del primo articolo del tarso.

Lunghezza del corpo mm. 0,70; larghezza del torace mm. 0,22; lunghezza delle antenne mm. 0,45; lunghezza dell'ala anteriore mm. 0,65; larghezza della stessa mm. 0,18; lunghezza delle zampe del secondo paio mm. 0,44.

Habitat. Africa Meridionale: Wellington, Cape Town.

Osservazione. Questa specie è vicina alla *Praspaltella berlesei* How., ma se ne distingue facilmente per la forma degli articoli del funicolo antennale, per le setole del mesonoto e per l'ala anteriore relativamente meno larga e fornita di frangia più lunga.

Il signor Ch. P. Lounsbury, entomologo della Colonia del Capo, mi spedì in aprile alcuni rametti di pesco infetti di *Diaspis,* che giunsero però a Portici tutte morte. Fra la carta in cui erano involti i rametti, trovai un esemplare di *Prospaltella* nata durante il viaggio e ormai pur essa morta, che era identica ad esemplari inviatimi in esame dallo stesso entomologo e qui descritti come rappresentanti di una nuova specie.

Il Lounsbury mi ha informato che dieci anni or sono la *Diaspis pentagona* era molto dannosa nell'Africa Meridionale, mentre ora, per opera, egli crede, della *Prospaltella diaspidicola* e di quattro o più specie di *Coccinellidae*, tra le quali le più attive il *Chilocorus distigma* (Klug) e l'*Exochomus nigro-maculatus* (Goeze) è diventata trascurabile dal punto di vista agrario.

Farò di tutto da parte mia per riuscire ad introdurre anche i nemici naturali della *Diaspis pentagona* dell'Africa Meridionale, ma incaricare un entomologo perchè si rechi in tale regione a compiere uno studio dei parassiti della *Diaspis* per poter poi inviare in Italia tutti quelli che si riconoscessero parassiti primarii, sarebbe ora più che necessario.

Matematica. — *Sulle equazioni fra matrici* $AX=XB$, $X^m=A$.

Nota del dott. Francesco Cecioni, presentata dal Socio U. Dini.

In una Memoria che sarà pubblicata negli Annali della R. Scuola Normale Superiore di Pisa, ho studiato alcune operazioni algebriche sulle matrici; nella presente Nota mi permetto di esporre i principali risultati che ivi ho ottenuti per le due equazioni fra matrici $AX = XB$, $X^m = A$ (1).

1. Una matrice quadrata A, appartenente ad un determinato campo di razionalità R, può ridursi, operando nel campo R, ad una certa *forma normale*, o *canonica*, A_0, perfettamente definita dai divisori elementari della matrice $A - E\omega$ nel campo R medesimo (2). Con un metodo completamente analogo, considerando ancora dei sistemi di congruenze lineari i cui moduli sono i divisori elementari di $B_0 - E\omega$, si risolve (senza imporre la condizione che il determinante $|X|$ sia diverso da 0) l'equazione $AX = XB_0$, dove B_0 è una matrice normale in R. Si può quindi risolvere anche l'equazione $AX = XB$ (dove A e B sono due matrici quadrate, eventualmente di ordine diverso), riducendo prima B alla forma normale B_0. Si ottengono così i teoremi:

a) *Condizione necessaria e sufficiente perchè l'equazione* $AX = XB$ *ammetta soluzioni non nulle è che i due determinanti* $|A - E\omega|$, $|B - E\omega|$ *ammettano dei divisori comuni* (3). *Si sa inoltre determinare razionalmente la soluzione generale dell'equazione stessa.*

b) *Siano* $P_1, P_2, \dots, P_\nu$ *i divisori primi (nel campo* R*) comuni ad* $|A - E\omega|$, $|B - E\omega|$, *e* $P_i^{\alpha_{i,\varrho}}$ $(i = 1, 2, \dots, \nu\ ;\ \varrho = 1, 2, \dots, p_i)$ *i corrispondenti divisori elementari di* $A - E\omega$, $P_i^{\beta_{i,\sigma}}$ $(i = 1, 2, \dots \nu\ ;\ \sigma = 1, 2, \dots q_i)$ *quelli di* $B - E\omega$. *Indicando con* g_i *il grado di* P_i *e*

(1) Per le definizioni e le notazioni relative al calcolo con le matrici, o con le forme bilineari, si veda, ad es., Muth, *Theorie und Anwendung der Elementartheiler*, Leipzig, Teubner, 1899, pp. 20 e seg.; e Kronecker, *Vorlesungen über Determinantentheorie*, Leipzig, Teubner, 1903.

(2) V. O. Nicoletti, *Sulla riduzione a forma canonica di una sostituzione lineare omogenea e di un fascio di forme bilineari*, Annali di Matematica pura ed applicata, serie III, t. XIV (1908), pp. 265-325, cap. I.

(3) Che la condizione detta sia necessaria è dimostrato (razionalmente) da Frobenius, *Ueber lineare Substitutionen und bilineare Formen*, Giornale di Crelle, vol. LXXXIV (1878), pp. 1-63, pag. 28; la sufficienza è dimostrata da Sylvester, *Sur l'équation en matrices* $px = xq$, Comptes rendus de l'Académie de Paris, 1884, 2° sem., pp. 67-70, 115-116, determinandone, però in modo irrazionale, alcune soluzioni particolari.

con $\gamma_{i\rho\sigma}$ *il più piccolo dei due numeri* $\alpha_{i,\rho}$, $\beta_{i,\sigma}$, *la soluzione generale della* $AX = XB$ *dipende, in modo lineare ed omogeneo, da*

$$N = \sum_{1}^{\nu}{}_{i} \sum_{1}^{p_i}{}_{\rho} \sum_{1}^{q_i}{}_{\sigma} g_i \gamma_{i\rho\sigma}$$

parametri arbitrari.

c) *Il numero* N *può anche scriversi* $N = \Sigma\delta_{\rho\sigma}$, *dove* $\delta_{\rho\sigma}$ *è il grado del m. c. d. del* ρ^{esimo} *divisore elementare completo di* $A - E\omega$ *e del* σ^{esimo} *di* $B - E\omega$.

d) *Perchè esistano soluzioni* X *con* $|X| \neq 0$, *è necessario e sufficiente che le due matrici* A, B *siano simili*, e si ha in questo caso

$$(1) \qquad N = n_0 + 2(n_1 + n_2 + \cdots + n_n) =$$

$$= \sum_{1}^{\nu}{}_{i} g_i(\alpha_{i1} + 3\alpha_{i2} + 5\alpha_{i3} + \cdots + (2p_i - 1)\,\alpha_{ipi}),$$

dove n_r è il grado del m. c. d. dei minori di ordine $n - r$ di $A - E\omega$ (o di $B - E\omega$).

2. Facendo in particolare $B = A$, si ottiene una risoluzione razionale del problema di *determinare tutte le matrici permutabili con una matrice assegnata* A. Fra queste matrici vi sono gli aggregati lineari di potenze di A; ricordando il teorema [1] per il quale il numero delle potenze linearmente indipendenti di una matrice A è dato, con le notazioni precedenti, da $g_1\alpha_{11} + g_2\alpha_{21} + \cdots + g_m\alpha_{m1}$ (dove m è il numero dei divisori distinti di $|A - E\omega|$, primi in R), e confrontando con la (1), si trova che:

Condizione necessaria e sufficiente perchè ogni matrice permutabile con A *sia un aggregato lineare di potenze di* A, *è che ad ogni divisore primo di* $|A - E\omega|$ *corrisponda un solo divisore elementare della matrice* $A - E\omega$, *o, ciò che è lo stesso, che i minori di ordine* $n - 1$ *di* $A - E\omega$ *abbiano come m. c. d. l'unità.*

3. L'equazione $AX = XB$ può risolversi anche riducendo dapprima A, B rispettivamente alle loro forme normali A_0, B_0 (in R), e riportandosi così all'equazione $A_0Y = YB_0$. Per la forma speciale che hanno le A_0, B_0, la soluzione Y di questa equazione si determina facilmente, e se ne trae per induzione il teorema:

Mantenendo tutte le notazioni del n. 1, le caratteristiche che la soluzione generale della $AX = XB$ *può assumere, quando le costanti arbi-*

[1] Per la dimostrazione *razionale* di questo teorema v. Frobenius, *Ueber vertauschbare Matrizen*, Sitzungsberichte der K. Preuss. Akad. der Wiss. zu Berlin, 1896, XXVI, pp. 601-614, p. 606.

trarie variano comunque nel campo R, *sono date dai numeri della forma* $r = l_1 g_1 + l_2 g_2 + \cdots + l_\nu g_\nu$ $(l_i = 0, 1, \ldots, \gamma_{i11} + \gamma_{i22} + \cdots)$. *In particolare la massima caratteristica delle soluzioni della* $AX = XB$ *è data da*

$$\sum_1^\nu i\,(\gamma_{i11} + \gamma_{i22} + \cdots)\, g_i = \delta_{11} + \delta_{22} + \delta_{33} + \cdots$$

4. I risultati precedenti si semplificano nel caso che i divisori P_i siano lineari: quindi, in particolare, nel campo di razionalità di tutti i numeri reali e complessi. Qui noteremo solo che in questo campo esistono soluzioni della $AX = XB$ aventi una qualunque caratteristica $r \leq \delta_{11} + \delta_{22} + \delta_{33} + \cdots$

Dalle proprietà trovate per la $AX = XB$, si deducono poi facilmente alcuni teoremi sulle forme bilineari e sostituzioni lineari, in parte e con meno precisione già noti, che lo spazio non ci permette di enunciare.

5. Alla equazione $AX = XB$ può ridursi il sistema $AX = YA_1$, $BX = YB_1$, nel quale supponiamo $|B| \neq 0$, $|B_1| \neq 0$; si vede subito infatti che la soluzione generale di questo sistema si deduce mediante le formule $X = ZB_1$, $Y = BZ$ dalla soluzione generale dell'equazione $B^{-1}AZ = ZA_1B_1^{-1}$. Si ottiene di qui in particolare il *teorema di Weierstrass* sull'equivalenza di due fasci di forme bilineari (v. Nicoletti, Mem. cit.).

6. Consideriamo ora l'equazione

$$X^m = A, \tag{2}$$

dove A è una matrice quadrata di ordine n (1). Sia X una soluzione della (2) appartenente ad un campo R, che contiene A, ed X_0 la forma normale della X (in R); sarà:

$$X = P^{-1} X_0 P, \tag{3}$$

e $P^{-1} X_0^m P = A$, onde X_0^m ed A saranno simili. Il risultato è evidentemente invertibile; si ha così il teorema:

Condizione necessaria e sufficiente perchè, in un campo R *che contiene la* A, *la* (2) *ammetta soluzioni, è che il determinante* $|A - E\omega^m|$ *abbia in* R *un divisore di grado* n, *i cui fattori primi uguali o distinti possano aggrupparsi in un certo modo* $Q_1^{\varepsilon_1}, Q_2^{\varepsilon_2}, \ldots, Q_k^{\varepsilon_k}$, *in guisa che la potenza* m^{esima} *della matrice* X_0 *di forma normale, che ha questi divisori elementari, sia simile ad* A.

Dicendo che due matrici simili appartengono alla stessa *classe*, vediamo che le soluzioni della (2) si distribuiscono in un numero finito di classi;

(1) Questa equazione è stata studiata da Frobenius (v. Muth, op. cit., pp. 37-40, ove cita Frobenius) per il caso $|A| \neq 0$; egli ne determina un numero finito di soluzioni che si esprimono come aggregati lineari di potenze di A. Da ciò che dimostreremo al n. 7 risulta poi che esse sono le sole che godano di questa proprietà. Si vedano anche varî lavori di Sylvester nei Comptes rendus, 1882, 1° sem., e 1884, 2° sem.

le matrici normali, in R, delle varie classi si determinano come risulta dal teorema enunciato; la soluzione generale di ogni classe è data dalla (3), dove X_0 è la matrice normale della classe, e P è la soluzione generale dell'equazione $P^{-1}X_0^m P = A$, e conterrà quindi, di solito, delle costanti arbitrarie.

7. In particolare, nel campo di razionalità di tutti i numeri reali e complessi è facile determinare i divisori elementari di $X_0^m - E\omega$, noti quelli di $X_0 - E\omega$; e dal risultato precedente, o anche direttamente, si ottiene che:

a) *Condizione necessaria e sufficiente perchè la* (2) *sia, nel campo totale, risolubile, è che gli esponenti dei divisori elementari della matrice* $A - E\omega$, *relativi al divisore* ω, *si possano disporre, prescindendo eventualmente da alcuni uguali all'unità, in gruppi di m ciascuno, in guisa che in ogni gruppo si abbiano al massimo due soli esponenti distinti, i quali differiscano di una unità.*

b) *Siano* H, H_1 *i primi due numeri di Predella* [1] *per la matrice* $A - E\omega$ *relativi al divisore* ω; *le caratteristiche delle soluzioni (supposte esistenti) della* $X^m = A$ *sono allora date dai numeri:*

$$n - H + (m-1)\left[\frac{H_1 + m - 1}{m}\right],$$

$$n - H + (m-1)\left[\frac{H_1 + m - 1}{m}\right] + 1, \ldots, n - \left[\frac{H + m - 1}{m}\right],$$

indicando in generale con $[\alpha]$ il massimo intero contenuto in α.

8. Se P_1 è una soluzione particolare della $P^{-1}X_0^m P = A$, la soluzione generale di essa è data da $P = VP_1$, essendo V la soluzione generale della

$$V^{-1} X_0^m V = X_0^m; \tag{4}$$

di più, a due soluzioni V_1, V_2 della (4) corrisponde, per la (3), una medesima matrice X, allora e solo allora che sia $V_2 = UV_1$, essendo U una soluzione dell'equazione

$$U^{-1} X_0 U = X_0. \tag{5}$$

Da queste osservazioni si ha il teorema:

Una classe di soluzioni della $X^m = A$, *o contiene infinite soluzioni o ne contiene una sola*; una tale soluzione si dirà *singolare; queste soluzioni sono quelle per le quali le matrici permutabili con la corrispondente matrice normale* X_0, *sono quelle stesse permutabili con* X_0^m.

[1] Cfr. ad es. Bertini, *Introduzione alla geometria proiettiva degli iperspazi*, Pisa, Spoerri, 1907, pag. 99.

Il confronto fra il numero delle costanti arbitrarie della V e quelle della U mostra poi che: *Perchè esistano (nel campo totale di razionalità) soluzioni singolari della* $X^m = A$, *è necessario e sufficiente che sia* $|A| \neq 0$; se μ è il numero delle radici distinte di $|A - E\omega| = 0$, le dette soluzioni sono m^μ, e sono quelle determinate dal Frobenius (V. n. 6).

Queste soluzioni singolari si possono poi caratterizzare in altro modo mediante il teorema seguente: *Le soluzioni singolari della* $X^m = A$ *sono tutte e sole quelle che possono esprimersi come aggregati lineari di potenze di* A. Basta perciò osservare che ambedue le condizioni che la soluzione sia singolare e che sia un aggregato di potenze di A, equivalgono alla condizione che X_0 sia esprimibile come aggregato lineare di potenze di X_0^m.

Si ottiene in particolare (dimostrato però in modo irrazionale) il teorema: *Perchè l'equazione* $X^m = A$ *ammetta un numero finito di soluzioni, è necessario e sufficiente che ad ogni divisore primo di* $|A - E\omega|$ *corrisponda un solo divisore elementare di* $A - E\omega$; *tutte le soluzioni sono in tal caso aggregati di potenze di* A. Questo fatto si presenta dunque (V. n. 2) insieme agli altri due fatti che la A abbia il numero massimo di potenze linearmente indipendenti, e che ogni matrice permutabile con A sia un aggregato di potenze di A.

9. Da ciò che abbiamo detto al n. precedente segue che non tutte le costanti che entrano nella matrice P sono essenziali nell'espressione (3) della X; vogliamo ora esprimere (razionalmente) la X per mezzo delle sole costanti essenziali. Sia perciò $U_1, U_2, \dots, U_h$ un sistema completo di soluzioni linearmente indipendenti dell'equazione (5); un sistema analogo per la (4) si potrà allora rappresentare con $U_1, U_2, \dots, U_h, V_1, V_2, \dots, V_h$, onde la più generale matrice V sarà del tipo $\sum_1^h{}_r \lambda_r U_r + \sum_1^h{}_s \mu_s V_s$. Una discussione alquanto minuziosa conduce (con procedimenti razionali) al teorema:

La soluzione generale della $X^m = A$, *di una classe determinata, può scriversi sotto la forma*

$$X = \left\{\left(\lambda E + \sum_1^h{}_s \lambda_s V_s\right) P_1\right\}^{-1} X_0 \left\{\left(\lambda E + \sum_1^h{}_s \lambda_s V_s\right) P_1\right\},$$

nella quale gli h rapporti $\lambda : \lambda_1 : \dots : \lambda_h$ *sono h parametri essenziali.*

Per ottenere tutte le soluzioni si debbono però, eseguiti i calcoli, far tendere comunque le λ, λ_s ai valori limiti che annullano il determinante $|\lambda E + \Sigma \lambda_s V_s|$.

Il massimo valore della differenza h dà l'infinità delle soluzioni della $X^m = A$; si trova così che: *L'infinità delle soluzioni della* $X^m = A$ *è data da*

$$2(n_1 + \dots + n_{m-1} + n_{m+1} + \dots + n_{2m-1} + n_{2m+1} + \dots),$$

essendo n_r *il grado del m. c. d. dei minori di ordini* $n - r$ *di* $A - E\omega$.

10. I risultati precedenti si possono in particolare applicare alle *matrici cicliche* (cioè all'equazione $X^m = E$) e alle *radici dello zero* (cioè all'equazione $X^m = 0$); si ha così che il numero delle classi è per le prime

$$\binom{m+n-1}{n};$$

per le seconde

$$\sum_{\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_{m-2}} \left[\frac{n+2-3\alpha_1-4\alpha_2-\cdots-m\alpha_{m-2}}{2}\right],$$

$$(n+2-3\alpha_1-\cdots-m\alpha_{m2} > 0);$$

l'infinità delle soluzioni è per le une e per le altre $n(n-q)-r(q+1)$, avendo posto $n = qm+r$ $(0 \leq r < m)$, ecc.; per le radici dello zero, le caratteristiche delle soluzioni sono date poi dai numeri

$$0, 1, 2, \ldots, n-\left[\frac{n+m-1}{m}\right].$$

Meccanica applicata. — *Di un importante coefficiente di stabilità negli aeroplani.* Nota del capitano del genio G. A. Crocco, presentata dal Corrispondente V. Reina.

La stabilità degli aeroplani è stata oggetto di poderosi studî del Bryan, del Ferber, del Lanchester, e, più recentemente, del Soreau [1]; ma per le inevitabili imperfezioni tuttavia esistenti nell'aerodinamica, queste teorie non possono ancora dirsi complete. In una Memoria, che l'autore sta per ultimare in collaborazione col dott. Luciano Orlando, si cercherà di portare un nuovo contributo agli elementi di questa non facile scienza. La presente Nota ha soltanto per oggetto di precisare una questione, che è stata soltanto accennata dai citati autori.

Sia un aeroplano composto di due sistemi di superficie, anteriore l'uno con angolo di obliquità α_1 sull'asse che unisce i due centri di pressione, e posteriore l'altro con angolo di obliquità α_2 sullo stesso asse che diremo *asse dell'aeroplano*. Decomponiamo le pressioni, generate sotto le dette superficie da una velocità di traslazione v, secondo l'asse dell'aeroplano e secondo un asse a questo perpendicolare. Siano r_1, r_2 le componenti assiali;

[1] R. Soreau, *État actuel et avenir de l'aviation*. Mém. de la Soc. des Ing. civils de France, Juillet 1908.

p_1 , p_2 le normali; ed r_3 la resistenza di tutti gli altri organi dell'aeroplano. Porremo $R = r_1 + r_2 + r_3$; $P = p_1 + p_2$.

Il momento delle $p_1\, p_2$ rispetto al baricentro del sistema navigante, sarà:

$$C = p_2\, a_2 - p_1\, a_1 \tag{1}$$

dove a_1 , a_2 sono le distanze dal detto baricentro delle p_1 , p_2 .

Suppongasi adesso l'aeroplano lanciato su una traiettoria orizzontale con velocità uniforme v_0 ; e per semplicità di calcoli riteniamo che l'asse dell'aeroplano sia in tal caso parallelo alla traiettoria, e che la spinta S delle eliche si trovi sulla linea d'azione, supposta assiale, della risultante delle r_1 , r_2 , r_3 ; onde la C rimanga la sola coppia di cui si debba tener conto.

Nel moto di regime così definito, nel quale è supposta nulla ogni perturbazione di rollio, dovranno verificarsi, detto mg il peso dell'aeroplano, le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned} mg = P_0 &= p_{01} + p_{02} \\ S = R_0 &= r_{01} + r_{02} + r_{03} \\ 0 = C_0 &= p_{02}\, a_{02} - p_{01}\, a_{01} . \end{aligned} \tag{2}$$

Quando cause perturbatrici esterne e temporanee verranno ad alterare le condizioni del moto di regime, si provocheranno movimenti di beccheggio e di rollio, e sinuosità della traiettoria. Se, però, cessata la causa perturbatrice, l'aeroplano finirà spontaneamente, dopo un tempo praticamente limitato, col riprendere in altro punto dello spazio una traiettoria rettilinea ed uniforme, si è tacitamente convenuto fra gli aviatori di chiamarlo *stabile*.

Lo studio della stabilità si suol fare col classico metodo, diffusamente sviluppato nella meccanica del Routh [1]: noi considereremo soltanto la stabilità longitudinale, supponendola indipendente da quella laterale [2].

E pertanto, denominando con β e ϑ gli angoli con l'orizzonte della tangente alla traiettoria e dell'asse dell'aeroplano; con m la massa e con j il momento d'inerzia al beccheggio; con ϱ il raggio di curvatura della traiettoria nel piano verticale dove questa si svolge, le equazioni intrinseche del movimento potranno scriversi, per piccoli angoli:

$$\begin{aligned} m\frac{v^2}{\varrho} + i\frac{d\vartheta}{dt} + mg - P &= mv_0\frac{d\beta}{dt} + i\frac{d\vartheta}{dt} + mg - P = 0 \\ m\frac{dv}{dt} + R - S + mg\beta &= 0 \end{aligned} \tag{3}$$

[1] E. I. Routh, *Advanced Rigid Dynamics*, Cap. VI.

[2] Non è difficile dimostrare che, *per perturbazioni sufficientemente piccole*, i movimenti di rollio influiscono su quelli di beccheggio per cause di second'ordine rispetto a quelle provenienti dal beccheggio stesso, e viceversa. Quindi, nello studio della stabilità col metodo esposto nel Routh, è giustificabile la semplificazione di scindere l'esame dei due movimenti, come se fossero indipendenti.

alle quali si aggiungerà l'equazione euleriana ridotta:

$$(4) \qquad j\frac{d^2\vartheta}{dt^2} + I\frac{d\vartheta}{dt} + C - C_0 = 0$$

dove i, I, sono coefficienti di facile calcolazione [1].

Ciò posto, indichiamo per semplicità con u la variazione $v - v_0$ della velocità; e richiamiamo le formule canoniche

$$(5) \qquad \begin{aligned} p_1 &= k_1 v^2 (\alpha_1 + \varphi) \\ p_2 &= k_2 v^2 (\alpha_2 + \varphi) \end{aligned}$$

dove $\varphi = \vartheta - \beta$, e $k_1\, k_2$ sono coefficienti sperimentali dipendenti dall'area, dalla curvatura, e dalla forma delle superficie impiegate.

Anche r_1, r_2 si esprimeranno analogamente in funzione di v e φ; come anche la coppia C; e si potrà sempre scrivere, per piccoli valori di φ e di $\frac{u}{v_0}$, cioè per piccole perturbazioni attorno al valori $\varphi = 0$, $v = v_0$:

$$(6) \qquad \begin{aligned} P - mg &= Hu + Q\varphi \\ R - S &= hu + q\varphi \\ C - C_0 &= Yu + J\varphi \end{aligned}$$

dove H, Q, h, q, Y, J sono costanti rispetto a u, β, ϑ.

Le relazioni (6) sostituite nelle (3) e (4), poichè $\frac{dv}{dt} = \frac{du}{dt}$, forniranno un sistema di equazioni lineari nelle variabili u, ϑ, β; che avrà per caratteristica l'equazione di quarto grado:

$$(7) \qquad \begin{vmatrix} H & ix - Q & mx + Q \\ -(mx + h) & q & mg - q \\ -Y & jx^2 + Ix + J & -J \end{vmatrix} = \Delta = 0.$$

La discussione della $\Delta = 0$, che noi non faremo, porterà a stabilire, secondo il metodo in uso, le condizioni di stabilità. Noi ci limiteremo ad osservare che la $\Delta = 0$ non potrà mancare di radici positive (caso di instabilità) se i coefficienti del termine in x^4 e del termine noto non sono dello

[1] L'espressione di I, cioè $I = k'\lambda v^2_0$, è stata da noi determinata in uno studio sulla stabilità dei dirigibili (V. Bollettino della Società Aeronautica, n.i 6 e 7) e, come osserva il Soreau, è ancor meglio applicabile al caso degli aeroplani. L'espressione di i, da noi trascurata nel citato studio, e che sfugge all'indagine del Soreau, può determinarsi integrando le pressioni elementari del piano rotante (cfr. loc. cit., n. 7, nota), anzichè i loro momenti; e risulta $i = k'\lambda v_0$, dove $k'\lambda$ ha il significato ivi definito.

stesso segno. Onde, fattovi $x = 0$, risulterà la condizione *necessaria* alla stabilità:

$$HJ - YQ > 0. \tag{8}$$

In generale, e se cioè si prescinde da quanto avviene in aeroplani che si allontanino molto dalle ipotesi fatte, oppure in aeroplani dove le ali siano elastiche nel modo descritto in recenti Note (1), il coefficiente Y è nullo o trascurabile; e quindi, essendo H una quantità positiva, si deve avere, per la stabilità, $J > 0$. Calcoliamo J.

Siano $l_1 = n_1\varphi$; $l_2 = n_2\varphi$ gli spostamenti delle linee d'azione delle pressioni $p_1\, p_2$, presi sull'asse e positive in senso opposto al moto per $\varphi > 0$. Si avrà: $a_1 = a_{01} - l_1$; $a_2 = a_{02} + l_2$; e, tenuto conto delle (5), l'espressione di $C - C_0$ potrà scriversi, tralasciando i termini che contengono φ^2,

$$C - C_0 = J\varphi = [(a_{02}\, k_2 - a_{01}\, k_1) + n_1\, k_1\, \alpha_1 + n_2\, k_2\, \alpha_2]\, v_0^2\, \varphi. \tag{9}$$

Introducendo adesso nelle (5) le condizioni del moto di regime, cioè $v = v_0$, $\varphi = 0$; la relazione terza delle (2), cioè $C_0 = 0$, fornisce la notevole conseguenza:

$$a_{02}\, k_2 - a_{01}\, k_1 = (\alpha_1 - \alpha_2)\, \frac{a_{01} + a_{02}}{p_{01} + p_{02}}\, k_1\, k_2\, v_0^4. \tag{10}$$

Detta a la distanza $a_{01} + a_{02}$ che i francesi chiamano *envergure*, osserviamo che, per la prima delle (2), il coefficiente di $\alpha_1 - \alpha_2$ nella (10), cioè $A^2 = k_1\, k_2\, \frac{a v_0^4}{mg}$, diviene visibilmente un elemento caratteristico dell'aeroplano; e, poichè per $\alpha_1\, \alpha_2$ positivi si può porre $B^2 = n_1 k_1 \alpha_1 + n_2 k_2 \alpha_2$, la quantità J prende la forma suggestiva:

$$J = A^2(\alpha_1 - \alpha_2) + B^2 \tag{11}$$

e ne emerge che la condizione $J > 0$ è sempre soddisfatta quando si abbia $\alpha_1 > \alpha_2$.

Il calcolo da noi fatto non precisa il relativo cómpito dei due sistemi di superficie di cui abbiamo immaginato composto l'aeroplano.

Negli aeroplani francesi, a parte il piccolo timone frontale, la superficie anteriore, più grande, ha il cómpito di sostenere quasi tutto il carico, e forma le cosidette *ali*; mentre la posteriore, più piccola, che ha il cómpito della stabilità, forma la coda o *empennage*, ed ha l'angolo α_2 nullo o quasi.

Con ciò si viene infatti a soddisfare alla relazione $\alpha_1 > \alpha_2$, della quale gli aviatori francesi hanno intuìto il vantaggio, enunciando la frase che *la coda non deve essere portante.*

(1) L. Orlando, *Sopra un brevetto* .... ecc.; e *Effetto dell'attacco elastico* .... ecc. Questi Rendiconti, vol. XVIII, serie 5ª, fasc. 9° e 10°.

Negli aeroplani americani, invece, per esempio il Wright, la superficie alare è situata posteriormente; quella anteriore ha semplice còmpito di governo.

Ma è agevole riconoscere che, ottemperando alla detta diseguaglianza degli angoli d'attacco, si possano costruire aeroplani del tipo americano, cioè apparentemente sprovvisti di coda, quali l'aeroplano di Wright, che abbiano un coefficiente J di stabilità agevolmente eguale, ed anche superiore, a quello dei migliori aeroplani codati; e ciò forse con vantaggi costruttivi.

In tale caso, per la posizione avanzata del centro di gravità, la mancanza di coda è apparente, giacchè le ali stesse ne assumono la funzione stabilizzatrice.

Non sembra in vero che i fratelli Wright abbiano seguìto la norma indicata; chè, anzi, tengono l'angolo α_1 nullo o quasi nel moto di regime, ed esplicitamente lo dichiarano nei loro brevetti; nè noi, per altro, vogliamo dedurre assolute conseguenze sul vantaggio di un aeroplano *stabile* nè sul miglior modo di ottenerlo.

Abbiamo voluto soltanto affermare che dal punto di vista del coefficiente J, che ha così importante ufficio nella stabilità, l'*empennage* posteriore degli aeroplani francesi non è necessario; e può valere quanto un timone anteriore che sia, nel moto di regime, unitariamente *più portante* delle ali.

Matematica. — *Sull'equazione di Riccati.* Nota del dott. Luciano Orlando, presentata dal Socio V. Cerruti.

Noi faremo qui conoscere in che modo si possa agevolmente giungere da un'equazione differenziale di Riccati a un'equazione integrale del tipo di Volterra. Sebbene gli studî sulle equazioni integrali siano molto più recenti di quelli relativi alle equazioni differenziali, tuttavia possiamo asserire che, in parecchi casi, questa riduzione presenta qualche vantaggio.

Sia

$$y'(x) = a(x)\,[y(x)]^2 + b(x)\,y(x) + c(x) \tag{1}$$

un'equazione differenziale di Riccati. Ponendo

$$y = \frac{u}{v},$$

noi veniamo a trasformare la (1) nella relazione

$$u'v - uv' = au^2 + buv + cv^2 \tag{2}$$

Se $u(x)$ e $v(x)$ sono due funzioni di x, tali da verificare questa relazione, allora il rapporto $y(x) = \dfrac{u(x)}{v(x)}$ verificherà la (1).

Ora la (2) è certamente verificata quando valgano le due equazioni

$$u' = bu + cv \tag{3}$$

$$-v' = au\,. \tag{4}$$

Per ridurci all'equazione di Volterra, noi possiamo scegliere, dopo ciò, fra due vie.

In un primo procedimento, noi aggreghiamo alla (3) ed alla (4) la seguente altra equazione:

$$-v'' = a'u + au', \tag{5}$$

dedotta dalla (4) per derivazione. Eliminiamo u ed u' fra (3), (4) e (5). Risulta

$$v'' - \left(b + \frac{a'}{a}\right) v' + acv = 0\,. \tag{6}$$

Quest'equazione, lineare, omogenea, del second'ordine, si può, in casi non infrequenti, ridurre a un numero finito di quadrature, ovvero, in taluni altri casi, a classici sviluppi. In tutti i casi, peraltro, essa si può ridurre all'equazione integrale del tipo di Volterra, con diversi metodi, alcuni dei quali semplicissimi. La presenza di due costanti arbitrarie nell'integrale generale della (6), non escluderà che sia una sola la costante arbitraria essenziale che si presenta nell'integrale generale della (1).

Più breve suole riuscire un secondo metodo che ora indicheremo.

Integrando la (3), noi otteniamo

$$u(x) - u(x_0) = \int_{x_0}^{x} b(\xi)\, u(\xi)\, d\xi + \int_{x_0}^{x} c(\xi)\, v(\xi)\, d\xi\,.$$

E se applichiamo al secondo integrale, che figura in questa formula, la regola d'integrazione per parti, e poniamo

$$\mathrm{C}(x) = \int_{x_0}^{x} c(\xi)\, d\xi\,,$$

allora noi possiamo scrivere

$$u(x) - u(x_0) = \int_{x_0}^{x} b(\xi)\, u(\xi)\, d\xi + \mathrm{C}(x)\, v(x) - \int_{x_0}^{x} c(\xi)\, v'(\xi)\, d\xi\,.$$

Nel secondo di questi due integrali figura $-v'(\xi)$, che possiamo, per la (4), sostituire con $a(\xi)\, u(\xi)$. Ciò facendo, ricaviamo l'equazione

$$u(x) = u(x_0) + \mathrm{C}(x)\, v(x) + \int_{x_0}^{x} [b(\xi) + a(\xi)\, \mathrm{C}(\xi)]\, u(\xi)\, d\xi\,. \tag{7}$$

Quest'equazione contiene ancora $v(x)$; ma, integrando la (4), ce ne possiamo liberare, perchè otteniamo l'espressione

$$v(x) = v(x_0) + \int_{x_0}^{x} a(\xi)\, u(\xi)\, d\xi\,,$$

la quale, sostituita in (7), ci permette di scrivere l'equazione di Volterra

$$u(x) = u(x_0) + \mathrm{C}(x)\, v(x_0) + \int_{x_0}^{x} \{\, a(\xi)\, [\mathrm{C}(x) + \mathrm{C}(\xi)] + b(\xi) \{\, u(\xi)\, d\xi\,.$$

Le due costanti $u(x_0)$, $v(x_0)$, che qui figurano, si presenteranno nella soluzione $u(x)$, ma anche in $v(x)$; dunque nel rapporto $y(x) = \dfrac{u(x)}{v(x)}$ si presenterà una sola costante arbitraria essenziale.

Matematica. — *Sopra una proprietà caratteristica delle funzioni armoniche.* Nota di Leonida Tonelli, presentata dal Socio S. Pincherle.

1. In una Nota (1), che porta lo stesso titolo della presente, il professore E. Levi ha dimostrato che « una funzione $u(xy)$ limitata ed integrabile linearmente su ogni circonferenza e superficialmente, che in ogni punto abbia come valore la media dei valori che essa ha su una circonferenza di centro quel punto, ha necessariamente le derivate dei varî ordini, ed è armonica ». Mantenendo, poi, ferme le altre condizioni, ha sostituito quella dell'integrabilità superficiale con altra meno restrittiva. Si può osservare che, nell'ipotesi dell'integrabilità superficiale della $u(xy)$, si possono togliere le condizioni di essere limitata ed integrabile linearmente su ogni circonferenza. Si può cioè dimostrare che *una funzione $u(x\,,y)$ integrabile superficialmente (nel senso di Lebesgue) ed avente in ogni punto come valore la media dei valori che essa ha su una circonferenza di centro quel punto — qualora su tale circonferenza essa risulti linearmente integrabile — è necessariamente una funzione armonica.*

Indicando con C il campo in cui è data la $u(x\,,y)$, e con C_R quello interno a C e tale che i suoi punti distino dal contorno di C per lo meno di R, consideriamo l'integrale

$$\frac{1}{\pi \mathrm{R}^2} \int\int_{\Gamma_\mathrm{R}(x,y)} u(x'y')\, dx'dy',$$

dove $\Gamma_\mathrm{R}(x\,,y)$ indica il cerchio di centro (xy) e raggio R. Tale integrale

(1) Questi Rendiconti. Seduta 3 genn. 1909.

è evidentemente una funzione del punto (x, y). Passando dalle coordinate cartesiane alle polari, si ha

$$\frac{1}{\pi R^2}\iint_{\Gamma_R(x,y)} u(x', y')\,dx'dy' =$$

$$= \frac{1}{\pi R^2}\iint_{\Gamma_R(xy)} u(x+\varrho\cos\vartheta\,,\, y+\varrho\,\mathrm{sen}\,\vartheta)\,\varrho\,d\varrho\,d\vartheta,$$

e quindi (1)

$$\frac{1}{\pi R^2}\iint_{\Gamma_R(xy)} u(x', y')\,dx'dy' =$$

$$= \frac{1}{\pi R^2}\int_0^R \varrho\,d\varrho\int_0^{2\pi} u(x+\varrho\cos\vartheta\,,\, y+\varrho\,\mathrm{sen}\,\vartheta)\,d\vartheta.$$

Ricorderemo che, per l'esistenza dell'integrale superficiale, l'integrale lineare rispetto a ϑ può mancare solo per un insieme di valori di ϱ di misura nulla, e che questa mancanza non pregiudica nulla, perchè nell'integrazione può sempre farsi astrazione da un insieme di misura nulla. Per i valori di ϱ, per i quali l'integrale lineare rispetto a ϑ esiste, è, per ipotesi,

$$u(xy) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} u(x+\varrho\cos\vartheta\,,\, y+\varrho\,\mathrm{sen}\,\vartheta)\,d\vartheta\,.$$

Si ha, perciò,

$$\frac{1}{\pi R^2}\iint_{\Gamma_R(xy)} u(x'\,y')\,dx'dy' = \frac{2u(xy)}{R^2}\int_0^R \varrho\,d\varrho\,,$$

e quindi

$$u(xy) = \frac{1}{\pi R^2}\iint_{\Gamma_R(xy)} u(x', y')\,dx'dy'.$$

Siano, ora, (x, y), (x_1, y_1) due punti di C_R. Indicando con δ la loro distanza, con L la lunula interna a $\Gamma_R(x, y)$ ed esterna a $\Gamma_R(x_1, y_1)$, e con L_1 la lunula interna a $\Gamma_R(x_1, y_1)$ ed esterna a $\Gamma_R(x, y)$, avremo

$$u(x, y) - u(x_1, y_1) = \frac{1}{\pi R^2}\left\{\iint_L u(x'y')\,dx'dy' - \iint_{L_1} u(x'y')\,dx'dy'\right\},$$

$$|u(x, y) - u(x_1, y_1)| \leq \frac{1}{\pi R^2}\left\{\iint_L |u(x'y')|\,dx'dy' + \iint_{L_1} u(x'y')|\,dx'dy'\right\}\ (2).$$

Al tendere di δ a zero, le aree L, L_1 tendono a zero, e perciò tendono a zero anche i due integrali del secondo membro della precedente uguaglianza.

(1) Fubini, *Sugli integrali multipli*. Rend. Acc. dei Lincei, 1907.

(2) Si sa che una funzione integrabile nel senso del Lebesgue è assolutamente integrabile.

Per vedere questo, si indichi con A un campo contenente i due cerchî $\Gamma_R(x, y)$, $\Gamma_R(x_1, y_1)$ e tutto interno a C. Poichè in A $u(x, y)$ è integrabile, preso un ε piccolo a piacere, si può trovare un numero positivo M tale che, indicando con G_M l'insieme dei punti di A in cui è $|u(x, y)| > M$, il contributo di G_M nell'integrale $\iint_A |u(x'y')|\, dx'dy'$, ossia $\iint_{G_M} |u(x'y')|\, dx'dy'$, sia minore di ε. Indicando con G'_M la parte di G_M interna ad L, si ha

$$\iint_{G'_M} |u(x', y')|\, dx'dy' \leq \iint_{G_M} |u(x', y')|\, dx'dy' < \varepsilon;$$

e quindi

$$\iint_L |u(x'y')|\, dx'dy' = \iint_{L\, G'_M} + \iint_{G'_M} < M \cdot L + \varepsilon$$

dove l'area della lunula L si è indicata con la stessa lettera L. Da qui risulta che al tendere a zero di δ, ossia di L, l'integrale $\iint_L |(x'y')|\, dx'dy'$ tende esso pure a zero. Analogamente dicasi per $\iint_{L_1} |u(x'y')|\, dx'dy'$. Dunque al tendere a zero di δ, $|u(xy) - u(x_1, y_1)|$ tende a zero: la continuità di $u(xy)$ è così dimostrata.

Ripetendo, allora, i ragionamenti del Levi, si dimostra l'esistenza delle derivate prime e seconde di $u(xy)$ nei punti interni a C, e si verifica che la u è armonica.

2. Se per la $u(x, y)$ si suppone la continuità, affinchè possa dirsi che essa è armonica, basta — come ha osservato il prof. Volterra [1] — sapere che il suo valore in ogni punto è la media dei valori che assume sopra *una sola* circonferenza avente il centro in quel punto, purchè, però, si aggiunga ciò che il Volterra chiama la *connessione col contorno*. Si può osservare che non è necessario supporre che il valore della u sia in *ogni* punto la media dei valori assunti sopra *una* circonferenza avente il centro nel punto considerato: basta che la proprietà sia verificata solo per un insieme di punti J uniformemente denso (p. es., nei punti di coordinate razionali), purchè, in ciascun punto del campo considerato e non appartenente ad J, il limite inferiore dei raggi delle circonferenze relative ai punti J sia maggiore di zero.

Infatti, preso un punto (x, y) del campo considerato e non appartenente ad J, indichiamo con

$$(1) \qquad (x'_1, y'_1)\ ,\ (x'_2, y'_2)\ ,\ \ldots\ ,\ (x'_n, y'_n)\ ,\ \ldots$$

una successione di punti di J tendente a (x, y). Essendo $\varrho'_1, \varrho'_2, \ldots, \varrho'_n, \ldots$

[1] Volterra, *Alcune osservazioni sopra proprietà atte ad individuare una funzione.* Rend. Acc. Lincei, sed. 21 marzo 1909.

i raggi delle circonferenze relative ai punti detti, sia ϱ uno dei limiti dell'insieme $(\varrho'_1, \varrho'_2, \ldots)$. Da quest'insieme estragghiamo una successione ϱ_1, $\varrho_2, \ldots, \varrho_n, \ldots$ tendente a ϱ, e siano

$$(x_1, y_1) \ , \ (x_2, y_2) \ , \ \ldots \ , \ (x_n, y_n) \ , \ \ldots$$

i punti corrispondenti di (1). È, per ipotesi,

$$u(x_n, y_n) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(x_n + \varrho_n \cos \vartheta \ , \ y_n + \varrho_n \operatorname{sen} \vartheta) \, d\vartheta \, .$$

Ancora per ipotesi è $\varrho > 0$; possiamo, quindi, considerare l'integrale

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(x + \varrho \cos \vartheta \ , \ y + \varrho \operatorname{sen} \vartheta) \, d\vartheta \, .$$

Abbiamo

$$\left| u(x_n, y_n) - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(x + \varrho \cos \vartheta \ , \ y + \varrho \operatorname{sen} \vartheta) \, d\vartheta \right| \leq$$

$$\leq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} | u(x_n + \varrho_n \cos \vartheta \ , \ y_n + \varrho_n \operatorname{sen} \vartheta) -$$

$$- u(x + \varrho \cos \vartheta \ , \ y + \varrho \operatorname{sen} \vartheta) | \, d\vartheta \, .$$

Al tendere di n all'infinito, $x_n + \varrho_n \cos \vartheta$, $y_n + \varrho_n \operatorname{sen} \vartheta$, tendono rispettivamente e uniformemente (rispetto a ϑ) a $x + \varrho \cos \vartheta$, $y + \varrho \operatorname{sen} \vartheta$. Per la continuità di $u(xy)$, si ha, perciò, per un n sufficientemente grande

$$| u(x_n + \varrho_n \cos \vartheta \ , \ y_n + \varrho_n \operatorname{sen} \vartheta) - u(x + \varrho \cos \vartheta \ , \ y + \varrho \operatorname{sen} \vartheta | < \varepsilon \, ,$$

e quindi

$$\left| u(x_n, y_n) - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(x + \varrho \cos \vartheta \ , \ y + \varrho \operatorname{sen} \vartheta) \, d\vartheta \right| < \varepsilon \, .$$

In altre parole è

$$\lim_{n=\infty} u(x_n, y_n) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(x + \varrho \cos \vartheta \ , \ y + \varrho \operatorname{sen} \vartheta) \, d\vartheta \, .$$

Ma, per la continuità, è

$$\lim_{n=\infty} u(x_n, y_n) = u(x, y) \, ;$$

se ne conclude che è

$$u(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(x + \varrho \cos \vartheta \ , \ y + \varrho \operatorname{sen} \vartheta) \, d\vartheta \, .$$

Dunque la proprietà ammessa per i punti dell'insieme J è verificata per tutti i punti del campo considerato.

3. Dalla proposizione stabilita dal Levi, risulta subito quest'altra: *Si abbia una successione*

$$u_1(x\,,y)\ ,\ u_2(x\,,y)\ ,\ \ldots\ ,\ u_n(x\,,y)\ ,\ \ldots$$

di funzioni armoniche in un campo C, *e tutte inferiori, in modulo, ad un numero finito, fisso,* M. *Se la successione scritta converge in tutti i punti di* C, *la funzione limite è, in* C, *armonica.*

Indichiamo con $u(x\,,y)$ la funzione limite detta. Preso un punto $(x\,,y)$ interno a C, se R è minore della minima distanza di $(x\,,y)$ dal contorno di C, è

$$u_n(xy) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} u_n(x + \mathrm{R}\cos\vartheta\,,\, y + \mathrm{R}\,\mathrm{sen}\,\vartheta)\,d\vartheta\,,$$

e quindi

$$u(xy) = \lim_{n=\infty} u_n(x\,,y) = \frac{1}{2\pi}\lim_{n=\infty}\int_0^{2\pi} u_n(x + \mathrm{R}\cos\vartheta\,,\, y + \mathrm{R}\,\mathrm{sen}\,\vartheta)\,d\vartheta\,.$$

La $u(xy)$, essendo funzione limite di funzioni continue, è misurabile ed anche integrabile (nel senso del Lebesgue), perchè dall'essere $|u_n(xy)| < \mathrm{M}$ risulta pure $|u(xy)| < \mathrm{M}$; per un noto teorema sull'integrazione per serie [1] si ha

$$\lim_{n=\infty}\int_0^{2\pi} u_n(x + \mathrm{R}\cos\vartheta\,,\, y + \mathrm{R}\,\mathrm{sen}\,\vartheta)\,d\vartheta = \int_0^{2\pi} u(x + \mathrm{R}\cos\vartheta\,,\, y + \mathrm{R}\,\mathrm{sen}\,\vartheta)\,d\vartheta.$$

Si conclude, perciò, che è

$$u(xy) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} u(x + \mathrm{R}\cos\vartheta\,,\, y + \mathrm{R}\,\mathrm{sen}\,\vartheta)\,d\vartheta\,,$$

e, per il teorema del Levi, che $u(x\,,y)$ è armonica.

4. Come mi ha fatto notare il prof. Pincherle, il teorema del Levi ha, per le funzioni armoniche, lo stesso ufficio del teorema di Morera per le funzioni analitiche. Voglio alludere alla seguente proposizione: se $f(x)$ è una funzione di variabile complessa, univoca, finita e continua in un campo C (semplicemente connesso), e tale che il suo integrale esteso ad ogni linea chiusa rettificabile, sia nullo, essa $f(x)$ è funzione analitica regolare nel campo C. A proposito di questo teorema si può osservare che non è necessario che l'integrale sia nullo per tutte le linee chiuse rettificabili; basta che lo sia per tutti i rettangoli a lati paralleli agli assi reale ed imaginario.

Infatti, sia $\overline{x}$ un punto interno a C. Se R è minore della minima distanza di $\overline{x}$ dal contorno di C, posto $x = \overline{x} + u + iv$, definiamo, nel cerchio di centro $\overline{x}$ e raggio R, la funzione $\mathrm{F}(x)$ con l'eguaglianza

$$\mathrm{F}(x) = \int_{\overline{x}}^{\overline{x}+u} f(t)\,dt + \int_{\overline{x}+u}^{x} f(t)\,dt\,,$$

[1] Lebesgue, *Leçons sur l'intégration* ecc.

dove gli integrali sono estesi a tratti rettilinei. Essendo h un numero reale, consideriamo il punto $x+h$: in esso è

$$F(x+h)=\int_{\overline{x}}^{\overline{x}+u+h} f(t)\,dt+\int_{\overline{x}+u+h}^{x+h} f(t)\,dt.$$

Ma, per l'ipotesi posta, è

$$\int_{\overline{x}+u}^{\overline{x}+u+h}+\int_{\overline{x}+u+h}^{x+h}+\int_{x+h}^{x}+\int_{x}^{\overline{x}+u}=0.$$

Si ha, perciò,

$$F(x+h)=\int_{\overline{x}}^{\overline{x}+u}-\int_{\overline{x}+u+h}^{x+h}-\int_{x+h}^{x}-\int_{x}^{\overline{x}+u}+\int_{\overline{x}+u+h}^{x+h}$$

$$=\int_{\overline{x}}^{\overline{x}+u}+\int_{\overline{x}+u}^{x}+\int_{x}^{x+h},$$

$$F(x+h)-F(x)=\int_{x}^{x+h} f(t)\,dt,$$

$$\lim_{h=0}\frac{F(x+h)-F(x)}{h}=\lim_{h=0}\frac{1}{h}\int_{x}^{x+h} f(t)\,dt,$$

e, per essere $f(x)$ continua,

$$\lim_{h=0}\frac{F(x+h)-F(x)}{h}=f(x).$$

Analogamente si ha

$$\lim_{h=0}\frac{F(x+ih)-F(x)}{ih}=f(x).$$

La $F(x)$ essendo, nel cerchio $(\overline{x}, R)$, finita e continua, ed ammettendo ivi le derivate parziali uguali $\frac{\partial F}{\partial u}=\frac{\partial F}{i\,\partial v}$, è analitica e regolare; tale, perciò, è, in $(\overline{x}, R)$, anche $f(x)$. Poichè $\overline{x}$ è un punto arbitrario di C, $f(x)$ è analitica, regolare, in tutti i punti interni a C.

Cinematica. — *Alcune trajettorie di elettroni* [1]. Nota di Antonio Garbasso, presentata dal Socio A. Naccari.

1. L'elettrone, che descrive di moto armonico la sua semplice traiettoria ellittica, emette uno spettro di una sola riga; genera invece una doppietta (*doublet*) se il movimento è perturbato, così che l'ellisse roti equabilmente nel piano [2].

Riferendoci ai diametri dell'orbita, avremo intanto

$$\begin{cases} X = a \cos 2\pi n t, \\ Y = b \sin 2\pi n t, \end{cases}$$

e assumendo poi due assi girati dell'angolo $-\varphi$,

$$\begin{cases} x = X \cos\varphi - Y \sin\varphi, \\ y = X \sin\varphi + Y \cos\varphi. \end{cases}$$

Quando si faccia

$$\varphi = 2\pi n' t$$

verrà dunque senz'altro

$$\begin{cases} x = a \cos 2\pi n t \cos 2\pi n' t - b \sin 2\pi n t \sin 2\pi n' t, \\ y = a \cos 2\pi n t \sin 2\pi n' t + b \sin 2\pi n t \cos 2\pi n' t, \end{cases}$$

o, per semplici trasformazioni algebriche,

$$(1) \qquad \begin{cases} x = A \cos 2\pi(n + n') t + B \cos 2\pi(n - n') t, \\ y = A \sin 2\pi(n + n') t - B \sin 2\pi(n - n') t; \end{cases}$$

con

$$(2) \qquad \begin{cases} A = \dfrac{a + b}{2}, \\ B = \dfrac{a - b}{2}. \end{cases}$$

Le (1) dimostrano l'assunto, perchè affermano che il moto perturbato si può considerare come risultante dalla soprapposizione di due moti circolari uniformi, contrarii di verso, con i raggi A e B, e le frequenze $n + n'$ e $n - n'$.

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto Fisico della R. Università di Genova.

[2] J. Stoney (*Dublin Trans.* (2), IV, 1891, pag. 563).

Passando a coordinate polari, le (1) prendono la forma

$$(3)\qquad \begin{cases} \varrho^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos 4\pi n t\,, \\ \operatorname{tg}\theta = \dfrac{A\sin 2\pi(n+n')t - B\sin 2\pi(n-n')t}{A\cos 2\pi(n+n')t + B\cos 2\pi(n-n')t}\,; \end{cases}$$

e dalla prima di queste segue anzitutto che la traiettoria del moto risultante è compresa fra due circonferenze di cerchio, coi raggî

$$A + B$$

e

$$A - B.$$

Il raggio vettore diventa massimo per $t = h/2n$, con h intero, vale a dire ad ogni mezza rivoluzione del punto che descrive l'ellisse.

La traiettoria risultante è formata di tante *foglie* identiche e simmetriche, delle quali è facile determinare il numero, quando sia razionale il rapporto n/n'. In una rivoluzione intera l'ellisse gira di

$$\frac{2\pi n'}{n}\,;$$

tra una foglia e la seguente vi è dunque l'angolo

$$\frac{\pi(n+n')}{n}\,,$$

e però il numero delle foglie è dato dal valore intero di h che verifica la

$$\frac{n+n'}{n} = \frac{2k}{h}\,,$$

in corrispondenza della più piccola k intera. Se ne conclude che la curva avrà n foglie semplici quando n e n' sono numeri dispari; ne avrà $2n$ se uno è dispari e l'altro pari.

2. In pratica non sarebbe facile comporre insieme, con un artificio meccanico, due moti circolari rigorosamente uniformi; ma dalle (1) si deduce che la traiettoria del movimento obbiettivo rimane la medesima quando si ponga, in luogo della t, una funzione arbitraria del tempo.

E basterà dunque, per arrivare in fondo, comporre due moti rotatorî, le cui velocità angolari conservino il rapporto costante

$$\frac{n+n'}{n-n'}\,.$$

Ho fatto costruire all'uopo il piccolo apparecchio della fig. 1, la disposizione del quale si ricava anche meglio dal diagramma seguente (fig. 2).

Un tubo d'acciaio, fissato con due viti, per il colletto *cc*, al sostegno AB,

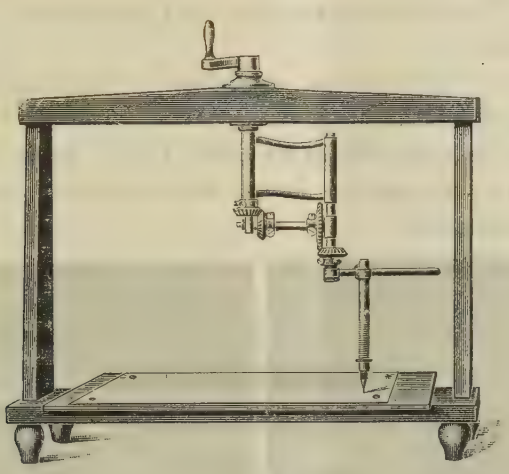


Fig. 1.

reca in basso un pignone (fisso) *ss*. Nel suo interno gira a sfregamento dolce

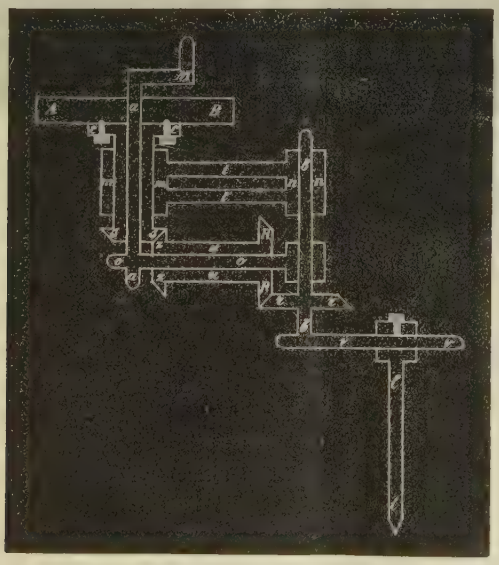


Fig. 2.

l'asse verticale *aa*, comandato dalla manovella M; mentre all'esterno vi è ancora un manicotto *mm* (libero), che per mezzo di due traverse *t* e *t'* reca un secondo manicotto *nn*. Dentro questo può girare l'altro asse verticale *bb*, al quale è unito rigidamente il pignone *rr*.

L'asse orizzontale *oo* si salda con un estremo ad *aa*, e all'altro estremo è sorretto da un manicotto infilato sopra *bb*. Al tubo *uu*, girante intorno ad *oo*, sono fissati i pignoni *zz* ed RR.

Finalmente, l'asse *bb* porta ancora un'asta orizzontale *vv*, che regge a sua volta la matita *ll*.

I pignoni *ss* e *zz* hanno in ogni caso lo stesso numero di denti, e quindi la stessa velocità angolare.

Ciò posto, se la ruota RR ha $2d$ denti, e la *rr* ne ha d, è facile persuadersi che le velocità angolari dei due moti circolari (inversi) risulteranno identiche in ogni istante.

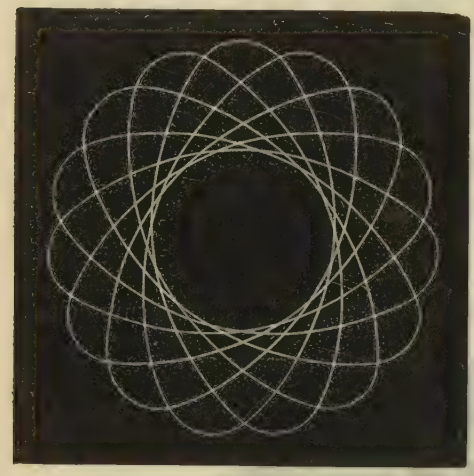


Fig. 3.

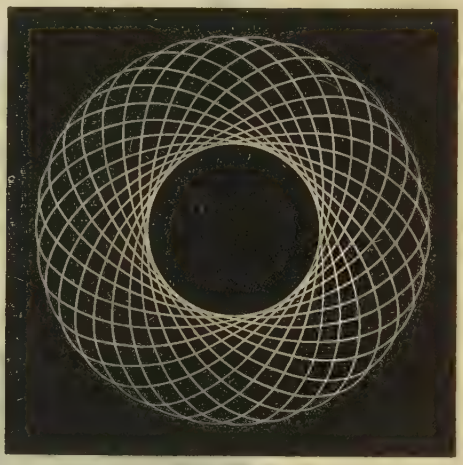


Fig. 4.

Che se il numero dei denti è nella ruota RR

$$2d - \delta,$$

avremo subito

$$\frac{d-\delta}{d} = \frac{n-n'}{n+n'}.$$

Sia, per esempio,

$$d = 24$$
$$\delta = 3;$$

verrà

$$\frac{n-n'}{n+n'} = \frac{21}{24} = \frac{15-1}{15+1};$$

la traiettoria del moto risultante ha 15 foglie (fig. 3).

Se fosse invece

$$d = 17$$
$$\delta = 4,$$

verrebbe

$$\frac{n-n'}{n+n'} = \frac{13}{17} = \frac{15-2}{15+2},$$

e la traiettoria del moto risultante avrebbe 30 foglie (fig. 4).

3. Un caso particolare interessante della traiettoria (3) è quello in cui

$$A = B.$$

Risulta allora

$$(4) \qquad \begin{cases} \varrho = 2A \cos 2\pi n t, \\ \theta = 2\pi n' t, \end{cases}$$

e dunque

$$(5) \qquad \varrho = 2A \cos \frac{n}{n'} \theta.$$

La (5) è l'equazione caratteristica di una curva, che fu descritta da Guido Grandi nel 1728, e distinta da lui col nome di Rodonea (1).

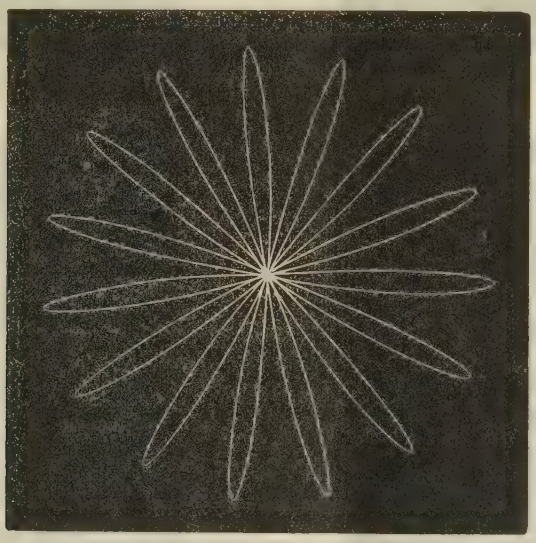


Fig. 5.

Si può chiamare convenientemente *Rodonea dispari* quella che ha un numero dispari di foglie, e *Rodonea pari* quella che risulta di un numero pari. La fig. 5 rappresenta una Rodonea dispari ($n = 15$, $n' = 1$) (2).

(1) Guido Grandi, professore di matematica nell'Università di Pisa, e abate di San Michele in Borgo, pubblicò nel 1728, a Firenze, *apud Tartinium et Franchium*, un libretto dal titolo: *Flores geometrici ex Rhodonearum et Cloeliarum curvarum descriptione resultantes*. L'opera è dedicata alla illma ed eccma signora Donna Clelia Grillo Borromeo, e un riassunto della prima parte era stato accolto, cinque anni avanti, nelle Transactions della Società Reale di Londra per il 1723. Le *Clelie* sono curve sferiche, e non hanno dunque niente in comune con quelle che, più avanti, nel testo, vengon chiamate *Rodonee coniche*.

(2) Una figura simile a questa si trova già nel Trattato di Filosofia naturale di Thomson e Tait (§ 74 del primo volume).

4. Proponiamoci adesso di studiare la traiettoria di un punto soggetto ad un tempo al moto (4) e all'altro, normale al piano del primo, che è

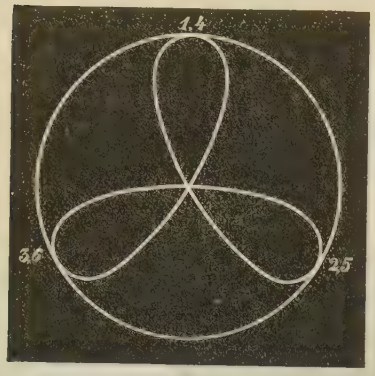


Fig. 6.

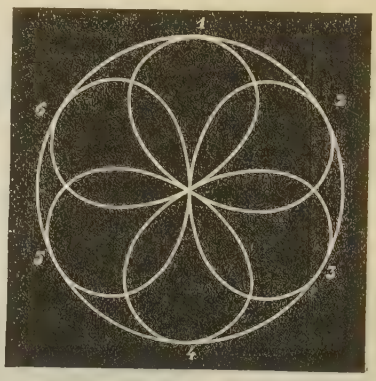


Fig. 8.

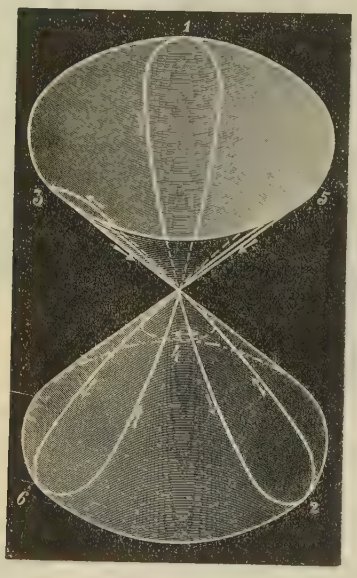


Fig. 7.

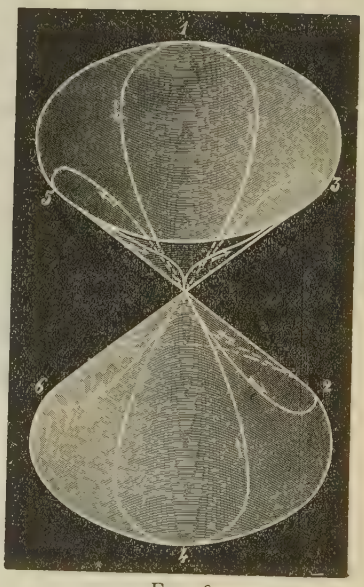


Fig. 9.

rappresentato dalla

(6) $$z = C \cos 2\pi n t .$$

Avremo subito, come equazioni di codesta linea,

(7) $$\begin{cases} \varrho = 2A \cos \dfrac{n}{n'} \theta , \\ z = C \cos \dfrac{n}{n'} \theta . \end{cases}$$

La curva giace sopra un cono circolare

$$\frac{\varrho}{z} = \frac{2A}{C},$$

il cui asse coincide con l'asse delle z; è formata in ogni caso da $2n$ foglie, che si adagiano per metà su la falda positiva e per l'altra metà su la falda negativa.

Se la proiezione sul piano $z = 0$ è una Rodonea dispari, le foglie negative sdoppiano le positive; se è una Rodonea pari, le foglie positive e le negative si alternano.

La (7) potrebbe indicarsi col nome di *Rodonea conica*.

Dalla Rodonea dispari della fig. 6 ($n = 3$, $n' = 1$) si genera ad esempio la Rodonea conica della fig. 7: e dalla Rodonea pari della fig. 8 ($n = 3$, $n' = 2$) nasce la Rodonea conica della fig. 9.

5. *La traiettoria caratteristica del fenomeno di Zeeman è una Rodonea conica*, almeno per i valori del campo magnetico, che rendono razionale il rapporto n/n'.

Fisica. — *L'arco voltaico nella sua fase iniziale*(1). Nota di A. Occhialini, presentata dal Corrispondente A. Battelli.

1. In una Nota precedente (2), studiando le condizioni che si realizzano allorchè l'arco si adesca, sono stato portato a concludere che l'arco, stabilendosi fra due elettrodi, deve passare per una fase preparatoria che corrisponde al passaggio di corpuscoli dall'elettrodo negativo all'elettrodo positivo e che dura finchè gl'ioni positivi creati per urto presso l'anodo, o estratti dall'elettrodo positivo, propagandosi verso il catodo, non abbiano stabilito la colonna luminosa che collega i due elettrodi e che costituisce l'arco propriamente detto.

Scopo di questa Nota è di studiare la fase preparatoria dell'arco e l'arco stesso nel suo periodo iniziale. Per questo mi varrò dell'azione di un campo magnetico; quindi per l'esatta interpretazione delle esperienze che saranno esposte in seguito, stimo opportuno premettere alcune considerazioni sulla azione di un campo magnetico sopra gl'ioni mobili in seno a un gas.

L'arco una volta stabilito si presenta come una colonna dotata di contrattilità e di coesione, e cio è ben naturale se, come generalmente si ammette, esso è costituito da un insieme di ioni di segno contrario che eser-

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto Fisico della R. Università di Pisa, diretto dal Prof. A. Battelli.

(2) Rendiconti R. Accad. dei Lincei, 1° sem. 1909.

citano fra di loro delle azioni attrattive. Quindi in tali condizioni le forze che il campo magnetico esercita sui singoli ioni dànno luogo ad un sistema di pressioni applicate alla colonna luminosa che si comporta come una fune. Da ciò deriva lo spostamento notevole subìto dall'arco anche in presenza di campi magnetici deboli.

Ma nella fase iniziale gl'ioni sono tutti di un segno e quindi mancano quei vincoli che si traducono in forze coesive nella colonna luminosa. In questa fase, un ione, spostandosi, non tira con sè gli altri ioni; quindi lo spostamento dell'arco nella sua fase preparatoria si potrà dedurre approssimativamente studiando quello di un ione isolato mobile in seno a un gas, alla pressione e alla temperatura ordinaria.

2. Una carica che si muovesse sotto l'azione di una forza costante sarebbe animata, quando fosse libera, da un moto uniformemente accelerato. Se invece si muove in un gas, essa subisce, dopo piccole corse, degli urti che distruggono la velocità previamente acquistata. Talchè la carica sotto l'azione di forze costanti, raggiunge, per effetto degli urti, una velocità media che resta costante in tutto il tragitto. È la media delle velocità assunte dalla carica fra un urto e il successivo.

Nel caso che un ione sia soggetto all'azione simultanea di una forza elettrica diretta secondo l'asse delle x e di una forza magnetica diretta secondo l'asse delle z, il movimento sarà nel piano xy, e la velocità dell'ione sarà definita da due componenti, le cui medie u_x, u_y si mantengono costanti. Il movimento avverrà in media secondo una retta che fa con l'asse delle x un angolo α tale che

$$\text{tang } \alpha = \frac{u_y}{u_x}.$$

Calcolando queste componenti u_x e u_y si trova

$$u_x = \frac{1}{2}\frac{\varphi}{H}\,\text{sen } bT$$

$$u_y = \frac{1}{2}\frac{\varphi}{H}(1 - \cos bT).$$

Quindi

$$\text{tang } \alpha = \frac{1 - \cos bT}{\text{sen } bT}.$$

3. Per calcolare il valore numerico dello spostamento ammettiamo che il campo magnetico abbia un valore di 1000 unità, sia cioè assai superiore a quello necessario per produrre forti deviazioni in un arco definitivamente stabilito.

I centri elettrizzati sono corpuscoli; quindi si ha $\frac{e}{M} = 10^7$.

La velocità di un corpuscolo si compone di quella dovuta all'agitazione termica più quella dovuta all'azione del campo elettrico. Ma la prima è enormemente superiore all'ultima, e non si farà errore sensibile introducendola sola in calcolo.

Così si può ritenere che la velocità media di un corpuscolo sia superiore a 10^7 cm/sec.

La strada libera di un corpuscolo è quattro volte più grande di quella di una molecola d'aria ossia è 32×10^{-6}.

Conseguentemente, il tempo necessario per percorrere la strada libera sarà

$$T < \frac{32 \times 10^{-6}}{10^7} = 3{,}2 \times 10^{-12}.$$

Con i valori assunti per e, M, H, il valore di b è 10^{10}; perciò $bT < 3{,}2 \times 10^{-2}$, ossia è sufficientemente piccolo per poterne trascurare la terza potenza. Allora si potrà scrivere

$$|\text{tang } \alpha| = bT < 3{,}2 \times 10^{-2} \text{ cm}..$$

Dunque, alla temperatura e alla pressione ordinaria, con un campo magnetico di 1000 unità, un corpuscolo, dopo il percorso di un centimetro, non resterebbe spostato di tre decimi di millimetro dalla strada che esso seguirebbe se il campo non esistesse.

Nel periodo preparatorio dell'arco, quando cioè soltanto il catodo è rovente, gl'ioni si muovono in un atmosfera che, se si esclude l'immediata vicinanza dell'elettrodo è a temperatura poco superiore a quella ordinaria. È probabile quindi che, nelle condizioni reali lo spostamento dei corpuscoli nella fase iniziale dell'arco non superi quello calcolato precedentemente. E ciò apparirà tanto più ammissibile quando si pensi che a una piccola distanza dal catodo, la temperatura è forse sufficientemente bassa da permettere degli aggruppamenti delle molecole intorno ai corpuscoli. Nel qual caso questi assumerebbero la massa e le dimensioni di una molecola almeno, e subirebbero conseguentemente una deviazione assai più piccola di quella calcolata più sopra.

Perciò credo di poter concludere che *nella sua fase preparatoria l'arco è insensibile ai campi magnetici che bastano per deviarlo fortemente quando è definitivamente stabilito.*

4. Vediamo se l'esperienza conferma queste previsioni: se cioè un arco adescato in presenza del campo magnetico, si presenta come se quest'ultimo non esistesse, e venga deviato solo dopo che la colonna luminosa si è stabilita.

Per accertare questo ho realizzato un arco rapidamente interrotto e l'ho osservato mediante una disposizione stroboscopica nelle sue fasi diverse, mentre un campo magnetico agiva continuamente con le linee di forza perpendicolari all'asse dell'arco.

Sulla periferia di una robusta ruota R (fig. 1), mobile intorno a un asse orizzontale è stato incastrato un cerchio di ottone C ritagliato in modo da presentare quattro sporgenze ugualmente distanti l'una dall'altra.

Una spazzola metallica S_2 strisciante sulla periferia della ruota poteva spostarsi in guisa da mantenersi a contatto col cerchio durante tutto il giro della ruota (posizione S_2), oppure da mantenersi in contatto soltanto con le quattro sporgenze del cerchio (posizione S'_2). Il cerchio C era poi collegato per mezzo di un filo metallico con un anello isolato A montato sull'asse della ruota. Su quest'anello strisciava una spazzola S_1.

Inserendo quest'apparecchio nel circuito di un arco voltaico, e imprimendo una rapida rotazione alla ruota per mezzo di un motore elettrico,

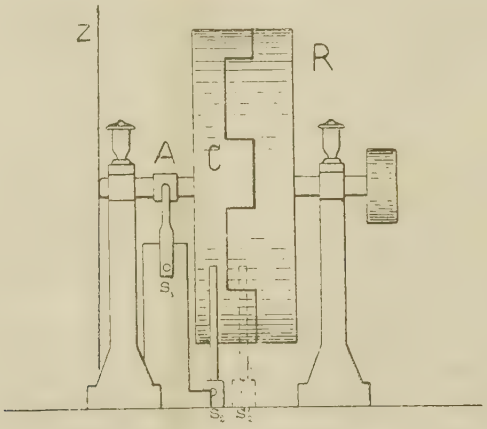


Fig. 1.

l'arco era continuo o interrotto a seconda che la spazzola mobile si trovava nella posizione S_2 o nella posizione S'_2. Un disco di zinco Z fissato sulla testa dell'asse portava quattro aperture rettangolari, attraverso alle quali l'arco interrotto appariva in una sola fase. Le varie fasi dell'arco si potevano osservare variando la posizione relativa delle aperture del disco e delle sporgenze del cerchio C.

La disposizione schematica è rappresentata nella figura 2. L'immagine dell'arco A, data da un obbiettivo O, veniva formata sul disco di zinco Z all'altezza delle aperture in esso praticate. Un secondo obbiettivo O_1 dava l'immagine osservata attraverso alle aperture del disco rotante sopra una lastra fotografica L. Talvolta trovai più comodo osservare l'immagine direttamente con l'occhio e allora al posto dell'obbiettivo O_1 e della lastra L, misi un cannocchiale. Dietro l'arco e con l'asse perpendicolare all'asse di questo disposi un rocchetto E di una elettrocalamita di Faraday, sotto l'azione della quale l'arco era spostato perpendicolarmente al piano della figura.

5. Per eseguire l'osservazione portavo la spazzola mobile a contatto del cerchio nella posizione S_2. Poi, acceso l'arco che così risultava continuo, spostavo la spazzola nella posizione S_2' in modo da aver l'arco interrotto.

Osservato col cannocchiale, l'arco interrotto sembrava assente nelle fasi di interruzione e appariva come una colonna bluastra nelle fasi in cui era stabilito.

Se poi per mezzo dell'elettromagnete E (fig. 2) si creava un campo magnetico perpendicolare all'arco, si trovava che in generale il fiocco bluastro

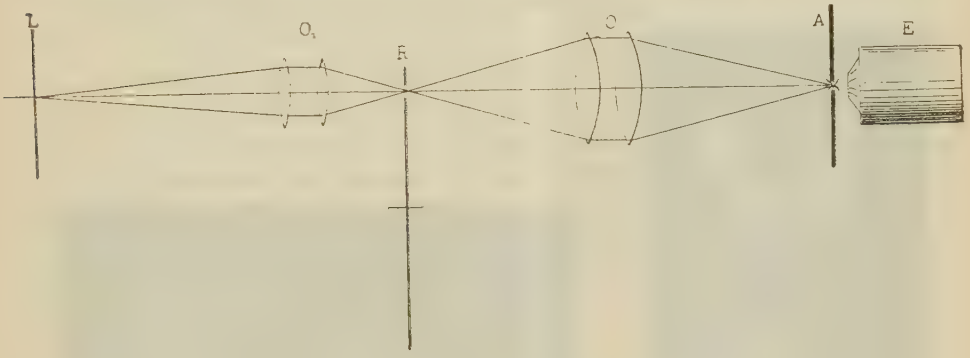


Fig. 2.

era fortemente deviato. Ma ponendo il disco in posizione tale da osservare l'arco nell'istante in cui esso si stabilisce, non si verifica nessuna deviazione.

Nella figura 3 sono riprodotte le fotografie corrispondenti alla fase in cui la colonna luminosa si inizia e a due fasi successive. Chiaramente si scorge

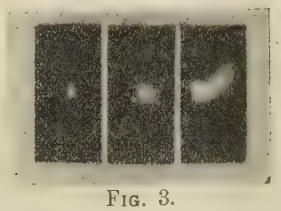


Fig. 3.

che nella prima la colonna che congiunge gli elettrodi è rettilinea; mentre nella seconda e più ancora nella terza è piegata nel senso in cui era sollecitata dal campo elettrico.

Così, anche sperimentalmente è provato che nell'arco il periodo preparatorio non è influenzato dal campo magnetico. L'azione di questo si fa sentire solamente nella colonna luminosa e incomincia quando quest'ultima è già stabilita.

6. Questo comportamento richiama alla memoria quello della scintilla [1].

[1] La somiglianza fra l'arco e la scintilla nel loro periodo iniziale è stata messa in evidenza per la prima volta dal Puccianti che la riscontrò studiando lo spettro di un arco alternato (Nuovo cimento, *13*, 269, 1907).

È noto che quest'ultima è iniziata da un processo esplosivo che costituisce la scintilla pilota.

Ora, i professori Battelli e Magri (1) hanno accertato che la scintilla pilota non è influenzata dai campi magnetici più intensi, che pure hanno tanta azione nella fase successiva della scarica. La figura 4, riproduzione di una fotografia favoritami dalla gentilezza dei professori Battelli e Magri, mostra l'aspetto di una scintilla scoccata in un campo magnetico assai intenso. Questo ha lasciato intatta la scintilla pilota, che apparisce come un

Fig. 4.

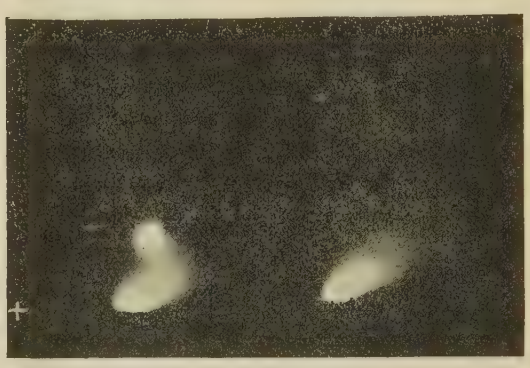


Fig. 5.

sottile filamento luminoso teso fra i due elettrodi, mentre ha violentemente soffiato tutto il resto della scarica. Un arco si inizia anch'esso con un processo che corrisponde alla scintilla pilota e che è insensibile al campo magnetico come quest'ultima.

Particolarmente interessante da questo punto di vista mi sembra la fotografia riprodotta nella figura 5. Essa mostra due archi in presenza di un campo magnetico fra l'estremità di un carbone cilindrico ed una lastra di carbone positiva posta perpendicolarmente a questo ed è stata ottenuta nel modo seguente: dopo aver adescato l'arco fra i due elettrodi è stato stabilito un campo magnetico che lo soffiasse verso la destra. Il cratere positivo sotto la sollecitazione del campo scivola lungo la lastra, il cratere negativo rimane fisso sulla estremità del carbone cilindrico. L'arco così devìa fortemente dalla sua posizione iniziale e finisce con lo spegnersi. Talvolta però nell'atto in cui l'arco si spegne si stabilisce spontaneamente un nuovo arco;

(1) Battelli e Magri, Rend. R. Accad. Lincei, *16*, 155, 1907.

e questo è precisamente accaduto nell'istante in cui è stata presa la fotografia della fig. 5. Ora il secondo arco si presenta come una scintilla improvvisamente scoccata fra i due elettrodi, e non risente affatto l'azione del campo presente; di più esso è accompagnato da un colpo secco che attesta il suo carattere esplosivo.

Del resto, che tra i due fenomeni, iniziamento dell'arco e iniziamento della scintilla, debba esserci una relazione intima appare subito se si ammettono le conclusioni della mia Nota precedente, secondo le quali l'inizio dell'arco è fatto dagl'ioni positivi, cioè proprio da quella specie di ioni che inizia la scintilla (1).

A questo proposito mi piace osservare che ad una conclusione identica si può giungere interpretando alcune esperienze recenti del La Rosa (2). Questi trova che un arco bruscamente e rapidamente interrotto dà lo spettro di righe che è caratteristico della scintilla pilota. D'altra parte secondo lo Stark (3) uno spettro di righe è sempre dovuto a ioni positivi. Dunque tanto la scintilla pilota, quanto la riaccensione dell'arco, sono dovute ad un processo in cui entrano in giuoco ioni positivi.

Fisica. — *Costituzione dell'arco voltaico.* Nota di A. Occhialini, presentata dal Corrispondente A. Battelli.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Sulla scomposizione magnetica delle linee spettrali* (4). Nota di Mario Tenani, presentata dal Corrispondente A. Battelli.

1) Il fenomeno diretto di Zeeman consiste, come è noto, in una speciale modificazione che un campo magnetico esercita sul periodo e sulla forma delle vibrazioni emesse da una sorgente luminosa. Se si fanno le osservazioni sulla luce emessa secondo le linee di forza del campo magnetico, nel caso più semplice previsto dalla teoria elementare di Lorentz, si ha uno sdoppiamento delle linee spettrali, e le due linee che così hanno origine, si presentano polarizzate circolarmente in senso inverso. Se si fanno le osservazioni perpendicolarmente al campo, ogni linea si trova, sempre nel caso

(1) Towsend, Phil. Mag. *6*, 598, 1903.

(2) La Rosa, Memorie Reale Acc. Lincei, Serie 5ª, v. 7°, fasc. 4°.

(3) Stark, Journ. de Phys., *6*, 46, 1907.

(4) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisica della R. Università di Pisa, diretto dal prof. Battelli.

più semplice, sostituita da tre righe (tripletto), delle quali la mediana, che conserva la lunghezza d'onda del raggio primitivo, è polarizzata rettilineamente in un piano parallelo alle linee di forza del campo: e le due componenti laterali risultano polarizzate perpendicolarmente al campo stesso.

La teoria dei fenomeni magneto-ottici, sviluppata dal Voigt nelle sue pubblicazioni degli Annalen der Physik, degli anni 1898-1902, movendo dalla teoria elettronica della dispersione, ha richiamato l'attenzione degli sperimentatori sull'esistenza di una dissimmetria di posizione delle componenti laterali del tripletto rispetto alla sua componente mediana. Le dissimmetrie così teoricamente previste, furono osservate su molte linee spettrali: e sebbene possa sorgere il dubbio che molte delle dissimmetrie notate possano essere ascritte a casi anomali di fenomeno di Zeeman, e cioè siano di natura del tutto diversa da quelle cui la teoria accennata si riferisce, pur tuttavia la conferma che altre deduzioni dalle medesime formule hanno trovato in tutti i campi della magneto-ottica, pongono fuor di dubbio l'esistenza della dissimmetria accennata.

Come in una mia recente pubblicazione (1) ho avuto occasione di notare, le formole del Voigt lasciano prevedere un fenomeno intimamente connesso con tali dissimmetrie, e che consiste in ciò, che le linee laterali del tripletto normale e le componenti del doppietto longitudinale posseggono, a parità di campo magnetico, distanze (misurate nella scala delle frequenze) diverse.

La teoria elementare di Lorentz, che per prima seppe dare ragione del fenomeno di Zeeman e che condusse al risultato fondamentale che i fenomeni luminosi son dovuti alle vibrazioni di quegli stessi elettroni che si muovono liberamente di moto traslatorio nei raggi catodici, non aveva fatto prevedere tale particolarità: e del resto, pare a prima vista ben strano, che il medesimo elettrone, vibrando, possa emettere, nelle due direzioni parallela e perpendicolare al campo, vibrazioni di frequenza diversa. Parrebbe quindi che su tali circostanze le due teorie si trovassero in aperta contradizione.

Al contrario, bisogna pensare (2) che, mentre la teoria di Lorentz tratta in fondo il caso particolare di un elettrone vibrante da solo in un campo magnetico e si propone di trovare le modificazioni da questo apportate alle sue vibrazioni in funzione semplicemente della sua carica e della sua massa, la teoria del Voigt, partendo da uno dei sistemi di esplicazione (erklärungssysteme) dell'assorbimento selettivo, tien conto delle azioni reciproche che il gran numero di elettroni che riempiono ogni elemento di volume devono esercitare sopra le onde elettromagnetiche emesse da ciascuno di essi. E che poi tale reciproca influenza segna leggi e approdi a resultati diversi nelle sue direzioni normale e parallela alle linee di forza, non può, in fondo, molto meravigliare.

(1) Rend. Acc. Lincei, vol. XVII, 2° sem., serie 5ª, pag. 714 (1908).

(2) v. Voigt, *Magneto- und Elektro-optik*, pag. 171.

Mostreremo poi subito quali importanti risultati si possono ottenere nell'ordine d'idee delle teorie elettroniche quando, accertata l'esistenza di questa differenza di sdoppiamento, se ne ammetta la natura conforme alle deduzioni della teoria del Voigt.

2) Trattandosi dell'accertamento di un fenomeno dovuto all'azione reciproca degli elettroni vibranti nel campo magnetico e essenzialmente dipendente dal loro numero, è naturale il pensare che la sua misura possa servire a valutare intanto questo numero.

Ed ecco come, combinando opportunamente le formule del Voigt, si può giungere a tale risultato.

La teoria magneto-ottica del Voigt conduce alla seguente espressione per l'indice complesso di refrazione delle onde polarizzate circolarmente in senso $\pm$ rispetto alle linee di forza del campo, emesse longitudinalmente al campo, in un intorno sufficientemente ristretto di una riga di assorbimento di frequenza ν_0:

$$(1) \qquad n_{\pm}^2 = n_0^2 - \frac{\varrho}{\nu_0(2(\mu \mp \mu_0) - i\nu')}$$

dove n_0 indica l'indice di refrazione che regnerebbe nell'intorno stesso se non vi fossero elettroni vibranti con frequenza ν_0; μ è la differenza tra la frequenza ν_0 e la frequenza per cui si cerca l'indice di refrazione $n_{\pm}$; ϱ e ν' sono costanti caratteristiche della riga ν_0, e μ_0 è una quantità proporzionale al campo magnetico R, il cui coefficiente di proporzionalità, se e è la carica, m la massa degli elettroni di frequenza ν_0, c la velocità della luce nel vuoto, ha per espressione $-\frac{e}{2mc}$, onde

$$(2) \qquad \mu_0 = -\frac{e\mathrm{R}}{2mc}.$$

La discussione della formula sopra ricordata mostra facilmente che, nei casi ordinarî, in cui l'assorbimento non sia molto forte, il « coefficiente d'assorbimento » $n\varkappa$ presenta due massimi per $\mu = \pm\mu_0$. I massimi di $n\varkappa$ corrispondono, come è noto, alle posizioni delle righe d'assorbimento: la formula precedente ci dice dunque che dalla riga primitiva son derivate due altre righe con frequenze differenti fra loro di $2\mu_0$. Se con ν_1 e ν_2 indichiamo le frequenze delle due nuove righe, con λ_1 e λ_2 la loro lunghezza d'onda, sarà

$$(3) \qquad \nu_1 - \nu_2 = 2\mu_0 = \frac{2\pi c}{\lambda_1} - \frac{2\pi c}{\lambda_2} = \frac{2\pi c\delta}{\lambda_0^2},$$

dove al prodotto $\lambda_1\lambda_2$ si è sostituito, come la piccolezza dello sdoppiamento rende possibile, il quadrato della lunghezza d'onda primitiva λ_0, e δ indica

la differenza $\lambda_1 - \lambda_2$ che si trae dalle misure spettroscopiche. Per le onde polarizzate trasversalmente ed emesse in senso normale al campo, l'indice complesso di rifrazione è legato a quelli delle onde emesse, longitudinalmente, dalla formula

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n_+^2} + \frac{1}{n_-^2}\right). \tag{4}$$

Nell'istessa ipotesi che ci ha condotto alla conclusione precedente per le onde polarizzate circolarmente in senso inverso, si può, seguendo semplimente le sostituzioni in (4), ottenere l'indice di refrazione n sotto la formula (1)

$$n = n_0\left(1 - \frac{\frac{1}{2}N\left(1+\frac{N}{Q}\right)}{2\mu - (N + i\nu') + Q} - \frac{\frac{1}{2}N\left(1-\frac{N}{Q}\right)}{2\mu - (N + i\nu') - Q}\right) \tag{4'}$$

ove si sia posto

$$N = \frac{\varrho}{2\nu_0 n_0^2} \qquad Q = \sqrt{4\mu_0^2 + N^2}. \tag{α}$$

La parte immaginaria di n rappresenta il coefficiente di assorbimento $n\varkappa$ e per essa troviamo l'espressione

$$n\varkappa = \tfrac{1}{2} n_0 \nu' N\left(\frac{1 + N/Q}{(2\mu - N + Q)^2 + \nu'^2} + \frac{1 - N/Q}{(2\mu - N - Q)^2 + \nu'^2}\right). \tag{5}$$

Da questa espressione noi abbiamo subito due massimi valori ner $n\varkappa$, corrispondenti ai valori di μ:

$$2\mu_1 = N - Q \qquad 2\mu_2 = N + Q; \tag{6}$$

abbiamo anche qui dunque che l'unica riga primitiva è stata sostituita da due righe, che, se $Q \neq 0$, saranno dissimmetricamente disposte rispetto alla posizione primitiva. La differenza tra le frequenze di queste due righe sarà Q, ossia, per la posizione (α),

$$\sqrt{4\mu_0^2 + N^2}. \tag{7}$$

Se δ_1 sarà la differenza di lunghezza d'onda delle due righe in discorso (che sono le righe laterali del tripletto), questa differenza corrisponderà, secondo un calcolo analogo a quello eseguito in (3), a una differenza tra le frequenze di $\frac{2\pi c\delta_1}{\lambda_0^2}$; sicchè si avrà

$$\frac{2\pi c\delta_1}{\lambda_0^2} = \sqrt{4\mu_0^2 + N^2}. \tag{8}$$

(1) Vedi Voigt, Magneto- und Elektro-optik, pp. 170-171.

3) Supponiamo ora che si siano misurate, a parità di campo magnetico, la differenza δ di lunghezza d'onda delle componenti la doppietta longitudinale e la corrispondente differenza δ_1 delle linee laterali della tripletta emessa perpendicolarmente al campo. La (3) ci darà immediatamente $2\mu_0$; e tale valore, introdotto nella (8), ci darà immediatamente il valore di N.

Osserviamo che, secondo le osservazioni fin qui eseguite, l'indice di refrazione n_0, che compare nelle nostre formule, e di cui abbiamo già accennato il significato, si differenzia poco da 1; in tal caso, la prima delle posizioni (α),

$$N = \frac{\varrho}{2\nu_0 n_0^2},$$

ci abilita senz'altro a trovare il valore della costante ϱ.

Rammentiamo ora che la teoria elettronica della dispersione assegna alla costante ϱ, che compare nelle formule degli indici di refrazione, l'espressione [1]

$$\varrho = 4\pi \mathfrak{N} \frac{e^2}{m}, \tag{9}$$

dove, come sopra, e ed m sono la carica e la massa degli elettroni che dànno luogo alla riga di assorbimento, nel cui intorno si cerca l'indice di refrazione; $\mathfrak{N}$ è il loro numero per ogni cm. cubico.

Noi vediamo di qui allora come, noto il rapporto $\frac{e}{m}$, si possa senza altro dalla (9) conoscere il prodotto $\mathfrak{N}e$, cioè la carica per unità di volume.

Se sulla carica e accetteremo il valore proposto da J. J. Thomson, avremo di qui il valore di $\mathfrak{N}$.

Inoltre, moltiplicando il prodotto $\mathfrak{N}e$ per $\frac{m}{e}$, avremo $\mathfrak{N}m$, cioè la massa vibrante nell'unità di volume.

Conoscendosi inoltre il valore $\frac{E}{M}$ — dove E è la carica d'un atomo del metallo in studio in un elettrolita, ed M il suo peso atomico — e supponendo che la carica d'un elettrone sia uguale a quella di ogni valenza di un atomo del metallo stesso in un elettrolita, avremo subito il prodotto $\mathfrak{N}M$, cioè la densità del vapore luminoso in studio.

Discuteremo in seguito, di fronte ai risultati sperimentali, se le considerazioni precedenti potranno essere applicate alle righe da noi studiate; per ora osserviamo brevemente i vantaggi che tale metodo può, nella maggior parte dei casi, presentare su quelli già proposti e usati per la deduzione delle stesse costanti della teoria.

[1] Voigt, *Magneto- und Elektro-optik*, pag. 107.

Sta in questa verifica la questione fondamentale che si presenta in questo genere di ricerche.

Ora, a differenza di ciò che avviene coi metodi precedentemente usati da Hallo (1), da Geiger (2), che hanno avuto per base la misura della rotazione magnetica del piano di polarizzazione in vicinanza di una riga di assorbimento, e anche col metodo usato da P. Zeeman (3), avente per base la misura della dissimmetria del tripletto, a causa della difficoltà di accertarsi dell'immobilità della sua riga mediana, il metodo proposto in questo studio permette l'agevole confronto dei valori trovati per mezzo di esso con quelli dedotti dalla misura della detta dissimmetria, e può così rendere certi dell'applicabilità o meno della teoria.

4) Molto gravi sono le difficoltà sperimentali che si incontrano in questo genere di ricerche: e in un prossimo lavoro esporrò i risultati ottenuti su righe che permisero più agevoli misure. Tali furono le linee della seconda serie secondaria (4) degli elementi della seconda colonna del sistema naturale di Mendelejeff.

Come è noto, gli elementi di questo gruppo hanno spettri a righe, le cui frequenze si possono ottenere sostituendo i successivi numeri interi al posto della lettera n in formule del tipo

$$A + Bn^{-2} + Cn^{-4}.$$

Per ogni elemento si hanno due serie di linee corrispondenti a due sistemi di valori delle costanti A, B, C, ciascuna delle quali a sua volta dà luogo ad altre due serie, semplicemente coll'aggiunta di una costante al valore di A. Si hanno insomma due serie di triplette.

A queste relazioni fra i numeri che rappresentano le frequenze delle varie linee, corrispondono altre relazioni fra le linee stesse, che valgono a dare a questa classificazione delle linee, empiricamente scoperta, il carattere di una vera e propria classificazione naturale, ed assegnare alle costanti che in quelle formule compariscono, il significato di vere costanti fisiche dell'elemento.

Fra le altre relazioni, gli studî di Runge e Paschen (5) hanno posto in evidenza che le linee di una stessa serie presentano scomposizioni magnetiche della stessa specie e uguali se misurate nella scala delle frequenze, e che lo stesso vale per le serie corrispondenti dei diversi spettri (regola di Preston) (6).

(1) Hallo, *Dissertation Amsterdam*, 1902.
(2) Geiger, Ann. der Ph. 23, pag. 757, 1907.
(3) Zeeman, *Amsterdam Proc.* April 1906, Dec. 1907, Gen. 1908, Mar. 1908.
(4) *Zweite nebenserie* di Kayser e Runge (Kayser *Spectroscopie*, B. 2, cap. IX, 1902).
(5) C. Runge e F. Paschen, molti lavori in Berl. Ber. und Abh. 1902.
(6) Th. Preston, Nature, 59, pag. 248, 1899.

Infatti, le linee della seconda serie di tripletti presentati dagli elementi del secondo gruppo di Mendelejeff, mostrano tre tipi di scomposizione magnetica a seconda del valore della costante A che loro compete e che si ripetono in tutte le linee della serie.

Una di tali serie per ciascuno degli elementi presenta, osservata perpendicolarmente al campo, dei tripletti magnetici puri molto ben visibili. Essi si prestano bene all'osservazione anche con mezzi non eccessivamente potenti.

Le conclusioni tratte per una delle righe di queste serie varranno non solo per tutte le altre righe della serie stessa, ma ancora ci potranno lasciar trarre qualche conclusione per le linee corrispondenti degli altri corpi del gruppo.

Fisica — *Sul comportamento magnetico-ottico della linea b_4 del magnesio.* Nota di Mario Tenani, presentata dal Corrispondente A. Battelli.

Fisica. — *Esperimenti intorno all'effetto della luce sulla conducibilità del vapore di ipoazotide.* Nota di Mario Tenani, presentata dal Corrispondente A. Battelli.

Le Note precedenti saranno pubblicate nei prossimi fascicoli.

Meteorologia. — *Andamento diurno della temperatura dell'aria alla Capanna Margherita e ad Alagna.* Nota dei dottori C. Alessandri e F. Eredia, presentata dal Socio V. Volterra.

In una Nota da uno di noi pubblicata (1), si è parlato del modo come è regolato il servizio meteorologico negli Osservatorî del Monte Rosa. Tralasciamo pertanto dal riportare tutte quelle precauzioni prese per il buon funzionamento degli strumenti meteorologici.

Nella presente Nota ci proponiamo di studiare l'andamento diurno della temperatura dell'aria, desumendolo dalle osservazioni orarie raccolte negli anni 1907 e 1908, durante il periodo di permanenza alla Capanna Margherita, cioè dalla 3ª decade di luglio alla 1ª decade di settembre.

Come è stato allora detto, si sono impiantate a Valdobbia e ad Alagna delle stazioni meteorologiche, munite di ottimi registratori, che raccoglieranno per tutto l'anno i valori dei varî elementi meteorologici e che, un giorno interpretate, potranno indicare le condizioni normali di quelle regioni

(1) Alessandri C., *Gli Osservatorî del Monte Rosa in rapporto al servizio meteorologico.* Atti della R. Accademia dei Lincei, vol. XVIII, fasc. 7°, 1° settembre 1909.

e, rilegate alle osservazioni estive della Capanna Margherita, getteranno sicuramente molta luce sullo svolgimento dei varî fenomeni meteorologici.

Riserbandoci di dare presto uno studio completo del numeroso materiale fin'ora raccolto (1), ci limitiamo per ora a dare risultati sommarî sull'andamento diurno della temperatura, in questa Nota, che consideriamo come Nota preliminare.

Nella tabella che segue, trascriviamo la media temperatura diurna, dedotta dalle osservazioni orarie eseguite negli anni 1907 e 1908 alla Capanna Margherita e ad Alagna.

Temperatura media
osservata in Luglio, Agosto e Settembre del 1907 e del 1908.

Ore	3ª decade Luglio		1ª decade Agosto		2ª decade Agosto		3ª decade Agosto		1ª decade Settembre		3ª d. Luglio	1ª d. Agosto	2ª d. Agosto	3ª d. Agosto	1ª d. Sett.
	Capanna Margherita	Alagna	Capanna Margherita	Alagna	Capanna Margherita	Alagna	Capanna Margherita	Alagna	Capanna Margherita	Alagna	CM-A	CM-A	CM-A	CM-A	CM-A
1h	— 8°.10	12°.63	— 7°.53	12°.82	— 8°.92	11°.22	— 8°.56	10°.82	— 8°.75	9°.83	20°.73	20°.35	20°.14	19°.38	18°.58
2	— 8. 24	12. 24	— 7. 56	12. 55	— 9. 00	10. 90	— 8. 72	10. 51	— 8. 70	9. 63	20. 48	20. 11	19. 90	19. 23	18. 33
3	— 8. 26	11. 96	— 7. 64	12. 16	— 9. 07	10. 63	— 8. 95	10. 48	— 8. 70	9. 35	20. 22	19. 80	19. 70	19. 43	18. 05
4	— 8. 25	11. 95	— 7. 63	11. 92	— 9. 31	10. 60	— 9. 12	10. 23	— 8. 80	9. 28	20. 20	19. 55	19. 91	19. 35	18. 08
5	— 8. 43	11. 51	— 7. 65	11. 75	— 9. 34	10. 26	— 9. 33	10. 14	— 8. 99	9. 04	19. 94	19. 40	19. 60	19. 47	18. 03
6	— 8. 10	11. 45	— 7. 50	11. 91	— 9. 08	10. 63	— 9. 32	10. 16	— 8. 98	8. 94	19. 55	19. 41	19. 71	19. 48	17. 92
7	— 7. 39	12. 31	— 6. 88	12. 31	— 8. 52	11. 12	— 8. 43	10. 62	— 8. 66	9. 15	19. 70	19. 19	19. 64	19. 05	17. 81
8	— 6. 68	13. 59	— 6. 26	13. 07	— 7. 98	12. 01	— 7. 50	11. 42	— 8. 25	9. 84	20. 27	19. 33	19. 99	18. 92	18. 09
9	— 5. 93	16. 51	— 5. 27	15. 96	— 7. 55	15. 17	— 6. 97	14. 19	— 7. 79	12. 24	22. 44	21. 23	22. 72	21. 16	20. 03
10	— 5. 13	18. 84	— 5. 19	18. 39	— 6. 95	17. 77	— 6. 40	16. 72	— 7. 10	15. 02	23. 97	23. 58	24. 72	23. 12	22. 12
11	— 4. 10	19. 94	— 4. 53	19. 60	— 6. 18	19. 07	— 5. 73	17. 76	— 6. 35	17. 02	24. 04	24. 13	25. 25	23. 49	23. 37
12	— 3. 40	20. 06	— 4. 30	20. 06	— 6. 00	19. 55	— 5. 43	18. 10	— 5. 95	17. 45	23. 46	24. 36	25. 55	23. 58	23. 40
13	— 3. 15	20. 12	— 4. 40	20. 49	— 5. 58	19. 50	— 5. 44	18. 19	— 5. 81	17. 68	23. 27	24. 89	25. 08	23. 63	23. 49
14	— 2. 79	20. 03	— 4. 57	20. 47	— 5. 47	19. 30	— 5. 37	18. 17	— 5. 94	17. 89	22. 82	25. 04	24. 77	23. 54	23. 83
15	— 3. 21	19. 61	— 4. 89	20. 41	— 5. 44	18. 73	— 5. 23	17. 73	— 6. 13	17. 39	22. 82	25. 30	24. 17	22. 96	23. 52
16	— 3. 62	19. 43	— 5. 06	19. 67	— 5. 38	18. 28	— 5. 45	16. 91	— 6. 13	16. 20	23. 05	24. 73	23. 66	22. 36	22. 33
17	— 4. 03	18 77	— 5. 31	18. 67	— 5. 89	17. 24	— 5. 93	16. 20	— 6. 54	15. 20	22. 80	23. 98	23. 13	22. 13	21. 74
18	— 4. 43	17. 95	— 5. 48	17. 71	— 6. 09	16. 23	— 6. 37	15. 11	— 6. 95	14. 10	22. 38	23. 13	22. 32	21. 48	21. 05
19	— 4. 96	16. 58	— 5. 72	16. 44	— 6. 69	15. 24	— 6. 92	13. 98	— 7. 60	12. 55	21. 54	22. 16	21. 93	20. 90	20. 15
20	— 5. 94	15. 03	— 6. 28	15. 13	— 7. 57	13. 95	— 7. 64	13. 42	— 8. 26	11. 95	20. 97	21. 41	21. 52	21. 06	20. 21
21	— 6. 82	14. 31	— 6. 78	14. 52	— 8. 24	13. 15	— 7. 98	11. 99	— 8. 72	11. 39	21. 13	21. 30	21. 39	19. 97	20. 01
22	— 7. 39	13. 76	— 7. 07	13. 68	— 8. 78	12. 61	— 8. 10	11. 73	— 8. 75	10. 89	21. 15	20. 75	21. 39	19. 83	19. 64
23	— 7. 62	13. 23	— 7. 34	13. 46	— 8. 93	12. 05	— 8. 25	11. 18	— 8. 85	10. 52	20. 85	20. 80	20. 98	19. 43	19. 37
24	— 7. 63	12. 75	— 7. 44	13. 09	— 8. 97	11. 57	— 8. 38	11. 03	— 8. 93	10. 29	20. 43	20. 53	20. 54	19. 41	19. 22

(1) Il lavoro completo sarà pubblicato negli Annali del R. Ufficio Centrale di Meteorologia e Geodinamica.

Si è creduto opportuno dividere il periodo di osservazioni meteoriche eseguite, in decadi.

Percorrendo le dette cifre risulta, oltre all'identico andamento dei valori spettanti alle varie decadi, la minore escursione diurna alla Capanna Margherita in rispetto a quella dell'Alagna. E difatti, mentre nella prima località, per le varie decadi si hanno i valori di 5°,47; 3°,35; 3°,96; 4°,10; 3°,18; ad Alagna si hanno i valori di 8°.67; 7°,74; 9°,29; 8°,05; 8°,95.

L'epoca del massimo calore diurno alla Capanna Margherita è compresa tra 12^h e 16^h, mentre ad Alagna è compresa tra 12^h e 14^h; e mentre nella 3ª decade di luglio, nella 2ª e 3ª decade di agosto, la massima temperatura diurna si è verificata con un po' di ritardo rispetto all'ora durante la quale è stata notata ad Alagna, nella 1ª decade di agosto e nella 1ª decade di settembre, si è notato invece il fenomeno inverso, ossia che la massima temperatura diurna alla Capanna Margherita si è verificata o contemporaneamente o con l'anticipo di un'ora rispetto a quella osservata ad Alagna.

Il momento del minimo calore diurno alla Capanna Margherita suole verificarsi a 5^h; nella 3ª decade di agosto e nella 1ª decade di settembre, le temperature osservate a 5^h e a 6^h sono quasi uguali, cosicchè, col progredire oltre la 2ª decade di agosto, si ha uno spostamento dell'epoca delle minime temperature. Ad Alagna si osservano le stesse cose, cosicchè le ore delle temperature minime nelle due località coincidono.

Considerando le differenze tra le temperature osservate alla Capanna Margherita e quelle osservate ad Alagna, notiamo per tutte le cinque decadi uguale andamento; i valori più elevati capitano nelle ore meridiane, mentre i valori più bassi nelle prime ore del mattino.

Eseguendo la media delle temperature lette nelle 24^h, si ottengono i seguenti valori medî della temperatura dell'aria:

Località	3ª decade di Luglio	1ª decade di Agosto	2ª decade di Agosto	3ª decade di Agosto	1ª decade di Settembre
Capanna Margherita	— 5°.99	— 6°.18	— 7°.54	— 7°.31	— 7°.74
Alagna	16. 61	15. 68	14. 45	13. 62	13. 62

Adunque, alla Capanna Margherita in luglio si è verificata una temperatura più elevata; in agosto si sono osservati valori più bassi che in settembre, dove raggiungono cifre minori. Cosicchè sembrerebbe che l'epoca del massimo calore annuale si dovesse verificare negli ultimi giorni del mese di luglio.

Da una decade alla successiva, la temperatura media ha variato di: — 0°,19; — 1°,36; + 0°,23; — 0°,43; quantità abbastanza piccole se si toglie quella tra la 1ª e la 2ª decade di agosto; e possiamo concludere

come nel periodo 3ª dec. luglio-1ª dec. settembre, la temperatura media oscilla intorno a 0°,4.

Il prof. Oddone (1), calcolando la temperatura probabile alla Capanna Margherita, basandosi sul decremento termico assegnato dal Lugli alle Alpi, assegna ai mesi di luglio, agosto e settembre le cifre:

$$| -9{,}1 | -7{,}95 | -8{,}3 | .$$

Paragonando dette cifre con quelle innanzi date, risulta come il valore di agosto si avvicina molto a quello dato dalle osservazioni dirette.

Sarà al certo interessante vedere se la temperatura media osservata alla Capanna Margherita, corrisponde a quella che si avrebbe a tale altezza nel libero spazio. Già l'Oddone, utilizzando i valori dati da Teisserenc de Bort nel 1904, valori ottenuti dalle osservazioni ricavate in 772 ascensioni, assegna all'estate il valore di — 6°,2.

Eseguendo la media dei valori osservati e contenuti nella precedente tabella, si ha il valore di — 6°,95; adunque la temperatura dell'aria alla Capanna Margherita è più bassa di quella che corrisponde all'aria libera.

Effettuando la media delle temperature osservate nelle varie ore del giorno, avanti date, si hanno i seguenti valori medî dell'andamento diurno della temperatura dell'aria:

	1h	2h	3h	4h	5h	6h	7h	8h	9h	10h	11h	12h
Cap. Margherita	— 8.37	— 8.44	— 8.53	— 8.62	— 8.75	— 8.60	— 7.98	— 7.33	— 6.70	— 6.15	— 5.38	— 5.02
Alagna	11.46	11.17	10.92	10.80	10.54	10.62	11.11	11.99	14.80	17.35	18.68	19.05
CM-A.	19.83	19.61	19.45	19.42	19.29	19.22	19.09	19.32	21.50	23.50	24.06	24.07

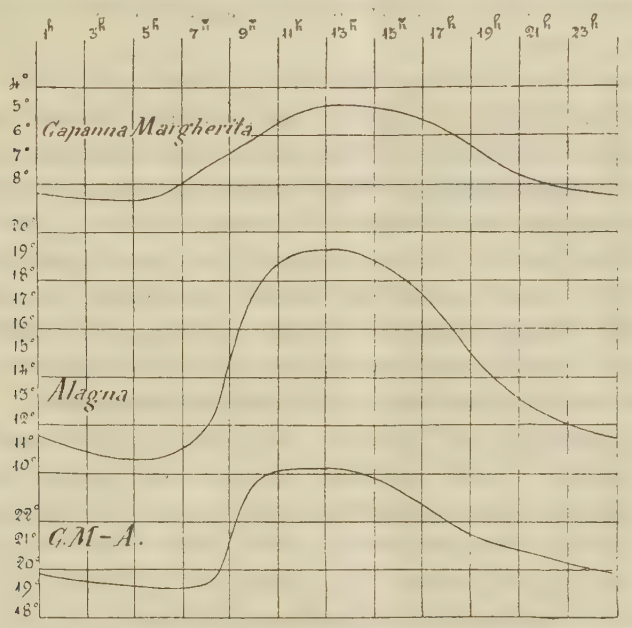
	13h	14h	15h	16h	17h	18h	19h	20h	21h	22h	23h	24h
Cap. Margherita	— 4.83	— 4.83	— 4.98	— 5.15	— 5.44	— 5.86	— 6.38	— 7.14	— 7.71	— 8.02	— 8.20	— 8.27
Alagna	19.20	19.17	18.78	18.10	17.22	16.22	14.96	13.90	13.07	12.54	12·09	11.75
CM-A	24.08	24.00	23.76	23.25	22.66	22.08	21.34	21.04	20.78	20.56	20.29	20.02

Le predette cifre riassumono le varie considerazioni che via via abbiamo emesso; e per renderne più evidente la variazione, diamo la qui sotto rappresentazione grafica.

Le epoche della minima temperatura coincidono in entrambe le due località, mentre l'ora durante la quale si verifica la massima temperatura alla Capanna Margherita, segue l'ora della massima temperatura ad Alagna.

(1) Oddone E., *Per lo studio della temperatura dell'aria alla sommità del Monte Rosa*. Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. XIII, 1° semestre, serie 5ª, fascicolo 8°.

Esaminando la curva delle differenze, risulta come essa raggiunge valori elevati nelle ore meridiane e valori minori nelle prime ore del mattino; andamento che rispecchia quanto da altri è stato notato. Nelle ore in cui la temperatura presso terra è minima entro uno strato di parecchie centi-



naia di metri, si ha una debole variazione termica; col crescere della temperatura, cresce il gradiente termico verticale, che raggiunge un massimo nelle ore più calde.

Geologia. — *Gli strati a Posidonomya alpina nel M. Tezio presso Perugia.* Nota di Paolo Principi, presentata dal Socio C. De Stefani.

Nello studio geologico del M. Malbe e del M. Tezio (1) accennai come ai calcari ammonitiferi del Lias superiore succedevano dei calcari grigi con selce verdastra e degli strati silicei scistosi rossi, verdicci e violetti. La formazione, nella quale non ero riuscito a trovare traccie di fossili, fu da me attribuita al Titonico senza però che tale riferimento, per la mancanza di elementi paleontologici, potesse dirsi sicura.

Continuando le mie ricerche sui terreni secondarî del gruppo del Monte Subasio, rinvenni negli strati silicei scistosi numerosi aptici, alcuni dei quali

(1) P. Principi, *Studio geologico del M. Malbe e del M. Tezio.* Boll. Soc. Geol. It., Anno 1908.

di notevoli dimensioni. Questi strati, perciò, poterono con ogni sicurezza essere identificati con gli *Aptychenschiefer* dello Zittel. Il Bonarelli [1] già indicò come questi *strati ad aptici*, per la loro posizione, non potevano essere riferiti al Titonico, ma con più probabilità al Giura medio, non escludendo che nella Calabria e nella Sicilia possano sostituire in alcune località i calcari titonici.

In un mio lavoro sulla geologia del M. Subasio, che verrà fra qualche tempo pubblicato, espongo le ragioni, che mi hanno persuaso a riferire gli *strati ad Aptici*, non più al Titonico, ma al Giura medio, specialmente all'Oxfordiano-Kimmeridgiano. Al Giura inferiore ho riferito una zona di calcari, che si adagiano sugli strati dell'Aleniano.

Per quante ricerche io avessi eseguite, non avevo potuto rintracciare gli strati a *Posidonomya alpina*, che fino ad ora sono stati con sicurezza rinvenuti solo nel Veneto occidentale, mentre nell'Appennino centrale, tranne un riferimento, assai incerto, fatto nei dintorni di Rocchetta, presso Arcevia, questa specie caratteristica non era stata ancora rintracciata.

In una escursione nel M. Tezio, percorrendo le falde meridionali di M. Tezino, presso il podere Romitorio, in quella zona indicata come titonica nella carta geologica da me pubblicata, nella parte più bassa degli *scisti ad Aptici*, rinvenni varî frammenti di scisti silicei contenenti numerosi individui di *Posidonomya alpina* Gras, abbastanza ben visibili e conservati.

Credo che il riferimento stratigrafico dell'orizzonte a *Posidonomya alpina* non presenti gravi difficoltà. Il Bettoni dimostrò come nella provincia di Brescia gli strati suddetti stieno a rappresentare il Calloviano, od almeno la parte superiore del Dogger. Nel versante occidentale della collina di Molvina il Bettoni [2] ha rilevato la seguente serie:

a) marne toarciane;

b) calcare cinereo non molto siliceo, forse sincrono agli strati tipici dell'Aleniano;

c) strati a letti calcareo-silicei;

d) assise a *Posidonomya alpina*, costituite totalmente da banchi silicei fortemente stipati, senza traccie di calcare o di marne;

e) *aptychenschiefer*, costituiti da strati a selci rosse.

Alla Croce di Brione, secondo lo stesso Autore, gli strati a *Posidonomya alpina* si presenterebbero in condizioni alquanto differenti dai corrispondenti di Molvina. In questa località, non essendosi potuto accertare con documenti paleontologici la presenza del Lias superiore, rimane assai difficile

[1] G. Bonarelli, *Miscellanea di note geologiche e paleontologiche per l'anno 1902. II. Prospetto cronologico del Giura italiano.* Boll. Soc. Geol. It., 1903.

[2] Bettoni, *Gli strati a Posidonomya alpina nei dintorni di Brescia.* Boll. Soc. Geol. It., 1904, p. 402.

stabilire quale sia il limite inferiore dei Dogger; ed il Bettoni indica questa successione:

a) pila potente di calcari dapprima marnosi e poi silicei;

b) orizzonte a *Posidonomya* costituito da leggeri depositi di calcare grigio rossastro, quasi per intero occupati da letti e noduli di selce;

c) strati ad *Aptici*.

In tutte due le località del Bresciano, dunque, appare evidente che gli strati a *Posidonomya alpina* si trovano immediatamente al disotto degli strati ad *Aptici*, che succedono ai primi con insensibile e graduale passaggio.

Abbiamo già accennato come nell'Appennino centrale, nei dintorni di Rocchetta, presso Arcevia, si scoperse un calcare bianco, con numerosi lamellibranchi, riferiti dapprima alla *Posidonomya alpina*; quantunque non sia da escludersi che si tratti invece dell'*Astarte psilonoti* del Lias medio, fossile già riscontrato dal Parona nell'Appennino centrale.

Nel M. Tezio, nella località indicata, abbiamo questa serie stratigrafica:

a) calcari bianchi massicci, cristallini, con gasteropodi, del Lias inferiore;

b) calcare mandorlato con ammoniti (*Hildoceras, Harpoceras*) del Lias medio;

c) marne e calcari rossi ammonitiferi del Toarciano;

d) calcari rossi con *Erycites fallax* dell'Aleniano;

e) calcare grigio giallastro, selcioso, privo di fossili;

f) strati selciosi a *Posidonomya alpina*;

g) strati ad *Aptici*;

h) calcare grigiastro, che fa graduale passaggio alla maiolica dell'Infracretaceo o Neocomiano.

Confrontando questa serie con quella che il Bettoni ha rilevato nei dintorni di Brescia, vediamo subito che la corrispondenza tra le due regioni è quasi perfetta; infatti gli strati calcarei, privi di fossili, che si adagiano sull'Aleniano, nel M. Tezio, corrispondono alla zona *e*) della collina di Molvina ed alla zona *a*) della Croce di Brione; succedono quindi le assise a *Posidonomya alpina*, che stanno alla base degli strati ad *Aptici* e ne costituiscono addirittura la parte inferiore. La zona *h*) del M. Tezio starebbe a rappresentare il Titonico.

Termineremo col ricordare che anche il Bonarelli aveva attribuito gli strati a *Posidonomya alpina* al Calloviano, ritenendo che nella Lombardia, nelle Alpi occidentali e nelle Alpi Apuane, essi siano sostituiti dalla parte inferiore degli strati ad *Aptici*.

Chimica. — *Sali inorganici del perossido di titanio.* Nota di Arrigo Mazzucchelli ed Enrico Pantanelli, presentata dal Socio E. Paternò.

In due Note precedenti, pubblicate in tempi diversi in questi Rendiconti, si è dimostrato che il perossido di titanio può dare cogli acidi organici anioni complessi, di cui si sono preparati varî sali. Mantenendoci in questo ordine di studî, abbiamo ora voluto vedere fino a che punto tale capacità si manteneva cogli acidi inorganici, ed abbiamo eseguito i tentativi su cui riferiamo brevemente.

Riferendoci anzitutto ai composti che deve formare il TiO_3 in soluzione solforica, la esistenza in questa di anioni complessi risulta già verosimile dal fatto che l'ammoniaca in tali soluzioni non produce precipitato, mentre ne dà uno, voluminoso, di TiH_4O_4 dopo che per ebollizione si è distrutta l'acqua ossigenata.

Per preparare alcuni sali di tale anione, che esperienze preliminari ci avevano mostrato essere, in ogni caso, sostanze solubilissime e praticamente incristallizzabili, si ricorse all'espediente di trattare con alcool la soluzione di solfato di titanio addizionata di acqua ossigenata e contenente un solfato alcalino in quantità un poco minori di quelle corrispondenti al rapporto $TiO_2 : Me_2SO_4$. In queste condizioni l'eccesso di solfato di perossido di titanio, che è solubile in alcool, non doveva precipitare, e doveva deporsi invece il sale alcalino complesso, a meno che non fosse stato così poco stabile da venire già decomposto dall'azione dissolvente dell'alcool.

I soddisfacenti risultati ottenuti per questa via dimostrano la attendibilità del metodo.

Per preparare l'ozosale potassico, a 10 cc. di una soluzione solforica di TiH_4O_4 contenente 1,836 gr. di TiO_2, si aggiunsero gr. 3,34 di K_2SO_4 in fina polvere (corrispondenti dunque al rapporto di $TiO_2 : 0{,}8\,K_2SO_4$). Il sale in queste condizioni rimase quasi tutto indisciolto, ma si sciolse immediatamente per aggiunta di 3 cm^3 di perhydrol Merck, ottenendosi un liquido intensamente colorato in rosso-arancio; per aggiunta di alcool diede un precipitato di questo stesso colore, che fu lavato con alcool, poi con etere, e posto in essiccatore. È una polvere apparentemente amorfa, molto igroscopica appena precipitata, meno dopo il soggiorno in essiccatore (proprietà già osservata da Mazzucchelli per gli ozotitanossalati), solubile inalterata in acqua. All'analisi diede questi risultati:

	Calcolato	Trovato
O attivo	3,36	3,55; 3,14
TiO_2	16,81	17,28; 16,47; 16,92
SO_3	33,61	33,92; 33,96
K_2O	19,74	19,83

I valori calcolati si riferiscono alla formula

$$O_2 = Ti = (SO_4K)_2 + 7H_2O,$$

e dal buon accordo coll'esperienza risulta provata la esistenza di un ozosale di questa composizione.

Il sale sodico, preparato in modo analogo, e affatto simile per proprietà, pare essere ancora più igroscopico, poichè l'alcool lo precipita dalle sue soluzioni in forma di olio, che si solidifica solo sotto alcool assoluto. All'analisi ha dato i risultati:

	Calcolato	Trovato
O attivo	3,21	3,30; 2,82
TiO_2	16,06	16,01; 17,24; 16,54
SO_3	32,12	34,74; 30,45
Na_2O	12,45	12,84

I valori calcolati sono dedotti dalla formula

$$O_2Ti = (SO_4Na)_2 + 10H_2O$$

che rappresenta bene la composizione del sale ottenuto.

Allo stesso modo dei precedenti fu preparato il sale ammonico. L'alcool lo precipita dalla soluzione acquosa sotto forma di olio, che solidifica sotto alcool-etere, ma ha un aspetto spugnoso per lento svolgersi di gas, forse l'ossigeno dell'H_2O_2 in eccesso. La sua igroscopicità è tale che si dovette rinunciare a raccoglierlo allo stato solido, e si analizzarono parti aliquote di una sua soluzione acquosa, con questi risultati:

Rapporto trovato:

$$TiO_2 : SO_3 : (NH_4)_2O : O = 1 : 2,02 : 0,97 : 1,1 .$$

Essi concordano beno colla formula

$$O_2Ti = (SO_4NH_4)_2 + xaq$$

analoga alle precedenti.

Allo stesso modo si ottenne il sale di litio: l'alcool lo precipita come olio, che solidifica sotto alcool assoluto; è meno igroscopico dei precedenti.

Analisi:

	Calcolato	Trovato
O attivo	3,87	3,75
TiO_2	19,35	18,40; 19,57
SO_3	38,68	38,47
Li_2O	7,25	7,13

I valori calcolati si riferiscono alla formula

$$O_2Ti(SO_4Li)_2 + 7H_2O,$$

simile alle altre.

Con queste esperienze è posta in chiaro la esistenza di tutta una serie di ozotitanosolfati analoghi, ma non identici come tipo di combinazione, agli ozotitanoossalati di Mazzucchelli. In essi, secondo ogni verosimiglianza, il TiO_2 fa parte dell'anione, ma poichè, secondo Noyes, in altre condizioni (soluzione nitrica) il TiO_3 migra elettroliticamente verso il catodo, non si giudicò inutile determinare allo stesso modo il segno elettrico del TiO_3 nelle soluzioni solforiche. Si usò un apparecchio analogo a quello adoperato dal Nernst ([1]), ma di dimensioni assai minori, e si osservò una piccola ma netta migrazione verso l'anodo, confermandosi così la costituzione da noi attribuita a quei composti.

Colla stessa tecnica si tentò preparare ozotitanocloruri, aggiungendo cioè alcool a un miscuglio un po' acido di cloruro titanico, acqua ossigenata, e cloruro alcalino in proporzioni opportune; ma in ogni caso non si ebbe che un precipitato di sale alcalino, contenente poco o punto titanio, dimostrandosi così che i composti cercati, anche se esistono, sono così poco stabili, che vengono demoliti già dall'azione dissolvente dell'alcool, che ne elimina il cloridrato di perossido di titanio. Un altro argomento di ciò si ha nella lenta solubilità dei cloruri alcalini nelle soluzioni cloridriche di TiO_3, mentre sopra abbiamo fatto notare, a proposito del solfato di potassio (e lo stesso potrebbe ripetersi per gli altri solfati), che esso, pur sciogliendosi lentamente nelle soluzioni solforiche di TiO_2, vi si scioglie rapidamente dopo aver aggiunta H_2O_2, che determina la formazione di un ozosolfato complesso. Le nostre esperienze furono fatte coi cloruri di bario, litio, sodio, ammonio, potassio; e solo con quello di sodio potemmo isolare una sostanza che è, secondo ogni verosimiglianza, un composto definito del perossido di titanio.

Addizionando di alcool una soluzione cloridrica di TiO_3 contenente $NaCl$ in proporzioni un poco inferiori al rapporto $TiO_2 : 2NaCl$ (e per averlo subito in soluzione, si aggiunse una soluzione concentrata di $NaHO$ al liquido cloridrico, ottenendo così anche lo scopo di neutralizzare in parte l'acidità eccessiva) ([2]), invece del solito precipitato di cloruro alcalino si ebbe un olio giallo-rosso, che si lasciò sotto alcool per vedere se solidificava.

Invece, dopo due giorni si trovò che la quantità ne era diminuita e l'alcool era colorato in rosso, mentre si era formato un precipitato quasi bianco, cristallino, che era essenzialmente $NaCl$. Evidentemente il composto iniziale si andava scindendo sotto l'azione dell'alcool, onde fu separato l'olio che ancora rimaneva, lavato con etere e posto in essiccatore; quivi si solidificò, perdendo, al solito, gran parte della sua igroscopicità; non è solubile inalterato nell'acqua pura, ma solo in quella un po' acidulata, da cui per riscalda-

([1]) Z. phys. Ch., 4, 217.

([2]) Come si sa, il $TiCl_4$ in soluzione acquosa non è stabile che in presenza di un forte eccesso di acido.

mento si depone in ogni caso TiO_4H_4. All'analisi diede questi risultati:

	Calcolato	Trovato
O attivo	3,72	3,11; 2,92
Ti	11,16	11,78; 10,96
Cl	33,02	31,25
Na	10,70	10,14

I valori calcolati si riferiscono alla formula:

$$O_2TiCl_2 , 2NaCl + 9H_2O$$

analoga a quella degli ozotitanosolfati già veduti. Peraltro, la stabilità di questo composto è così piccola, che può ragionevolmente chiedersi se si tratti di un vero sale complesso o piuttosto di un semplice sale doppio. E questo dubbio vien confermato dalle esperienze qualitative di trasporto elettrolitico, che eseguimmo, e dove si osservava quasi nessun spostamento, o solo uno leggerissimo verso il catodo, mostrando così che il perossido di titanio non faceva più parte dell'anione complesso ma funzionava, almeno in parte, da catione. È questo uno dei tanti casi in cui, col variare dell'anione, varia nel sale la tendenza a fornire anioni complessi.

Quel che vale pel cloridrato di perossido di titanio, a maggior ragione vale pel nitrato, il cui anione è ancora più elettroaffine, e dove la funzione cationica del TiO_3 fu già riconosciuta dal Noyes. E infatti, non ci fu affatto possibile ottenere ozotitanonitrati di bario, ammonio, sodio, potassio.

In una recente Memoria, Faber afferma di aver ottenuto un fosfato di perossido di titanio, $O_2Ti : HPO_4 , H_2O$, di cui avrebbe constatato qualitativamente la solubilità nei fosfati alcalini. Ciò farebbe sospettare la esistenza di ozotitanofosfati complessi, ma operando secondo le sue prescrizioni, e anche con tecnica diversa, non ottenemmo che precipitati affatto insolubili e contenenti solo poco ossigeno attivo, che essi perdevano rapidamente,

Maggiori probabilità di riuscita presentava la preparazione di ozotitanopirofosfati complessi, prestandosi a ciò la natura dell'anione pirofosforico. Effettivamente, fino dai primi saggi qualitativi fu facile osservare indizî della formazione di derivati perossidici complessi, quali una colorazione giallo-oro, caratteristica, che l'H_2O_2 impartisce ai sali di titanio in presenza di pirofosfati, la mancata precipitazione, o magari la ridissoluzione, per opera di H_2O_2, di precipitati già formatisi, ecc.: esperienze di trasporto elettrolitico stabilirono pure con sicurezza che il perossido di titanio fa parte dell'anione. Ma altrettanto ci fu difficile giungere alla preparazione di composti definiti, a causa della poca stabilità del perossido di titanio, e della tendenza dei pirofosfati complessi a scindersi nei pirofosfati semplici.

Accenniamo solo brevemente ai numerosi tentativi fatti.

Per avere una idea delle condizioni di esistenza del pirofosfato di perossido di titanio, si trattò una soluzione solforica di TiO_3 con poco più della quantità equivalente di $Na_4P_2O_7$; si ebbe così un precipitato giallo, gelatinoso, che però conteneva una proporzione di ossigeno attivo assai inferiore a quello equivalente al titanio. In pirofosfato sodico si scioglieva solo parzialmente in giallo, e l'ossigeno attivo si ritrovava sia nella parte indisciolta che nella soluzione, ma sempre in quantità piccola. È chiaro, dunque, che doveva trattarsi di un misto di pirofosfati di TiO_2 e di TiO_3, la cui separazione era ostacolata dallo stato fisico del precipitato.

Se si versa il solfato di TiO_2 in un eccesso di pirofosfato sodico, agitando sempre non si ha precipitato permanente, ma una soluzione opalina, che può essere concentrata sino a siroppo senza decomporsi, e in cui deve esistere un titanopirofosfato sodico. Il siroppo a freddo si rapprende in gelatina, che per aggiunta di perhydrol si riscioglie in siroppo giallo-oro, ma questo dopo poco tempo si decompone, dando un precipitato bianco-giallastro. Si vede così che il persale si deve essere realmente formato, ma si è subito alterato, e, trattandosi di sostanze incristallizzabili e ad elevato peso molecolare, può ragionevolmente supporsi che a ciò non sia stata estranea l'azione del solfato sodico formatosi per doppia decomposizione.

In un saggio successivo, quindi, dopo aggiunto il pirofosfato alcalino al solfato di TiO_2, si cercò separare il titanopirofosfato sodico dal Na_2SO_4 per precipitazione frazionata con alcool, di cui basta in generale una piccola percentuale per separare i pirofosfati dalle loro soluzioni acquose; si ottenne infatti una polvere bianca, che, dopo lavata con alcool diluito, si mostrò esente di solfati, mentre conteneva TiO_2, P_2O_5, Na_2O. Senza analizzarla, si macinò in mortaio con acqua ossigenata, ottenendone la immediata dissoluzione in un liquido giallo-oro, che fu precipitato con alcool e lavato con alcool e poi con etere, allo scopo soprattutto di eliminarne l'eccesso di H_2O_2. La sostanza igroscopica così avuta diede questi risultati analitici:

	Calcolato	Trovato
O attivo	4,52	4,26; 4,76
TiO_2	22,66	21,36
P_2O_5	40,12	46,56
H_2O	15,25	16,2

I valori calcolati si riferiscono alla formula $TiO_3 . P_2O_5 . Na_2O + 3H_2O$; e, nonostante il cattivo accordo per l'acido fosforico (la cui separazione dal TiO_2 notoriamente non è facile) ci sembra di essere autorizzati ad affermare che questa formula corrisponde al persale che si forma nelle condizioni della esperienza.

In un ultimo saggio infine, si volle preparare il titanopirofosfato sodico sciogliendo nella quantità calcolata di pirofosfato sodico il pirofosfato di titanio precipitato per doppia decomposizione dalla soluzione del fosfato titanico, e lavato per decantazione sino a scomparsa di solfato. La soluzione così avuta è limpida, stabile al calore, concentrabile a consistenza siropposa senza cristallizzare; per aggiunta di H_2O_2 il siroppo assumo una colorazione gialla, divenendo più fluido, e trattato con alcool lascia deporre un olio che poi solidifica, e che lavato con alcool ed etere e posto in essiccatore costituisce una polvere leggera, giallo-citrina, interamente solubile in acqua. La soluzione resiste all'ebollizione senza neppure intorbidarsi, ma basta una goccia di acido minerale per farne virare il colore dal citrino all'arancio, segno di poca stabilità dell'anione complesso pirofosforico.

All'analisi diede questi risultati:

	Calcolato	Trovato
O attivo	1,6	1,39; 1,57
TiO_2	16,0	16,28; 16,99; 16,23
P_2O_5	28,4	28,28; 26,94; 30,30
Na_2O	12,4	12,22

I valori calcolati si riferiscono alla formula

$$O(TiO_2 . P_2O_5 . Na_2O)_2 + 24\,H_2O$$

del tutto analoga alla precedente, colla sola differenza che contiene solo la metà dell'ossigeno attivo equivalente al titanio. Non è interamente sicuro se ciò dipenda dalla diversa costituzione, o da una parziale decomposizione (che non appare del resto molto verosimile), ma ad ogni modo abbiamo qui un nuovo caso, in cui il TiO_3 entra a far parte di un anione complesso.

Si tentò pure preparare ozotitanoarseniati complessi, sia precipitando con arseniato bipotassico la soluzione solforica di TiO_3, sia trattando con H_2O_2 e altro arseniato il precipitato ottenuto da arseniato potassico e solfato di titanio, ma non si ebbero in ogni caso che miscugli mal definiti, senza ridissoluzione nè altro accenno alla formazione di persali.

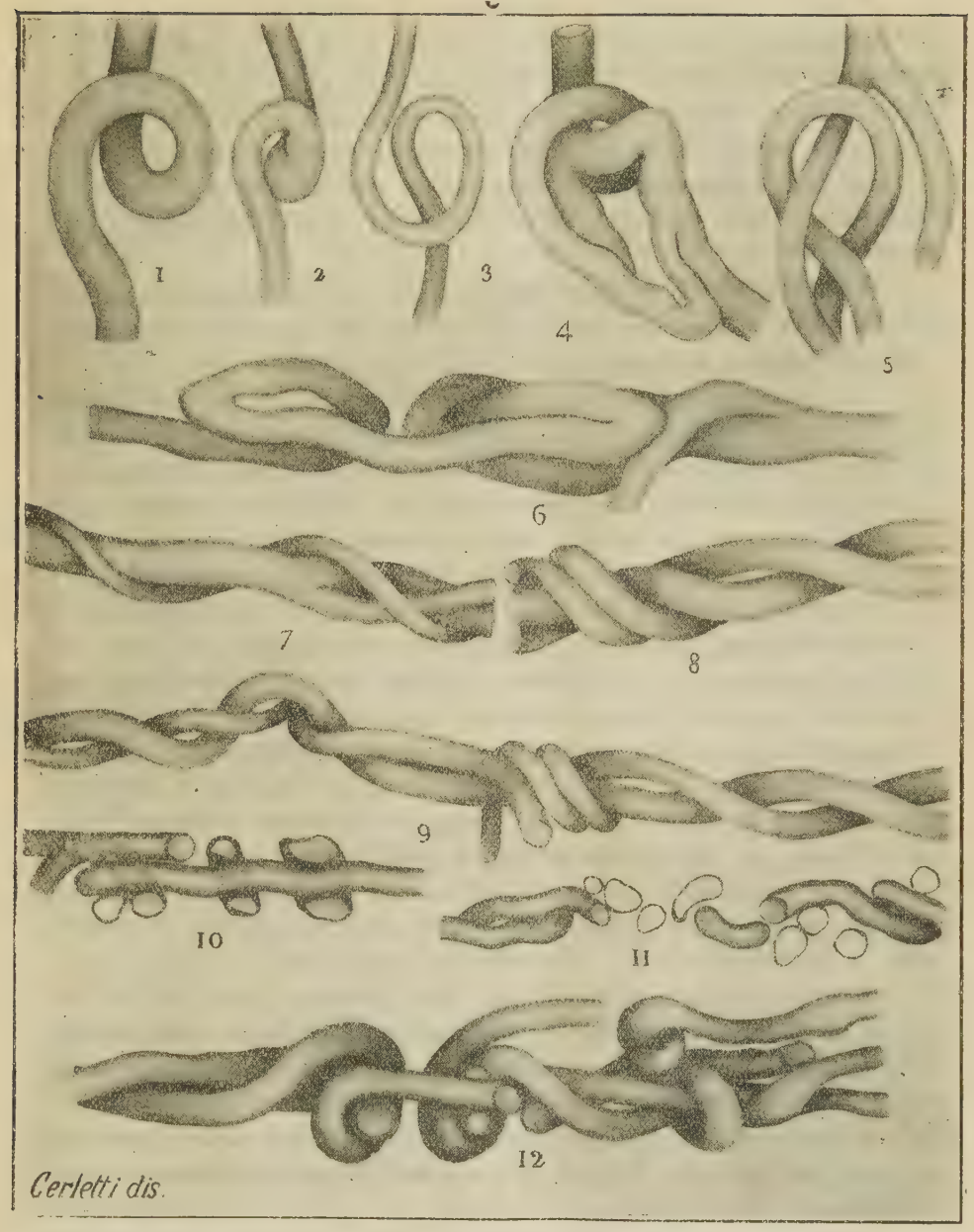
Patologia — *Nodi, treccie e grovigli vasali nel cervello senile* (1). Nota del dott. Ugo Cerletti, presentata dal Socio B. Grassi.

Intendo segnalare, in questa mia Nota, singolari alterazioni nel decorso dei piccoli vasi endocerebrali, non ancora descritte (2). Io ho riscontrato queste alterazioni specialmente nel cervello di individui morti in età molto avanzata. Si tratta di anelli, di nodi più o meno complessi formati da un vaso sanguigno, e di treccie e convoluti aggrovigliati, spesso complicatissimi, costituiti da due o più vasi (minime arterie, precapillari e venuzze).

Per mettere facilmente in rilievo queste formazioni è necessario eseguire sezioni di notevole spessore (30 μ circa). Per la colorazione mi sono servito principalmente del metodo al bleu d'anilina del *Mallory* e della miscela del *Mann* (bleu di metile-eosina, previa mordenzatura delle sezioni in acido fosfo-molibdico) applicate a sezioni tratte da materiale fissato in alcool a 96°, incluso in celloidina, perchè, con questi metodi, le pareti vasali in massa (specialmente la guaina avventiziale) coloransi in bleu carico. Ciò permette di seguire facilmente in tutto il loro decorso anche i minimi vasi. Come metodi sussidiarî ho adottato quelli dell'*Unna* per le fibre collagene, il metodo del *Bielschowsky* e le sue modificazioni per i connettivi, il metodo del *Weigert* per le fibre elastiche. Meno adatte allo scopo sono le colorazioni tipo ematossilina-eosina, quella del *van Gieson* e le colorazioni dette *d'insieme* del tessuto cerebrale (bleu di *Nissl*, bleu di toluidina, verde di metile-pironina) in quanto forniscono una colorazione in massa piuttosto debole delle pareti dei piccoli vasi.

(1) Dal laboratorio anatomo-patologico della Clinica Psichiatrica di Roma e di Monaco di Baviera.

(2) Nella letteratura, per quanto a me consta, esiste soltanto una espressione del *Batty Tuke*, che potrebbe forse riferirsi a fatti analoghi. Ecco il passo relativo: « The abnormalities of direction in the vessels consist of undue straightness, tortuosity and kinking ». (*On the morbid histology of the Brain and spinal cord as observed in the insane.* The British and Foreign Medico-Chirurgical Review, April, 1873). L'autore però non aggiunge altro, soffermandosi invece sugli aggrovigliamenti delle fibre connettivali delle pareti vasali. Debbo questa comunicazione alla squisita cortesia del dott. *W. Ford Robertson*, a cui ho ricorso, non essendomi stato possibile di procurarmi il testo originale. Giudicando da una figura riportata nel lavoro del Weber (Beitraege zur Pathogenese und path. Anat. der Epilepsie, Jena, Fischer, 1901), io credo che l'Autore abbia avuto sott'occhio formazioni analoghe a quelle qui illustrate; egli però non parla che di « tortuosità delle vene », nè, del resto egli poteva mettere in rilievo le singolari forme di avvolgimenti da me descritte, in quanto esaminava sezioni molto sottili, nelle quali è impossibile seguire il decorso dei tronchi vasali, come io dimostro più innanzi con la fig. 11. Questa, infatti, ha molta somiglianza con la figura riportata dal Weber.



I contorni delle figure sono esattamente riportati da disegni eseguiti dal microscopio con l'apparecchio *Abbe* (*Leitz*) o da microfotografie. Ho aggiunto l'ombreggiatura allo scopo di mettere chiaramente in rilievo il decorso di ciascun tronco vasale, quale si può seguire soltanto mediante ampî movimenti della vite micrometica. — Fig. 1. Arteriola della sostanza bianca immediatamente sotto alla sostanza grigia, nella corteccia cerebrale di un vecchio di 92 anni. — Fig. 2. Precapillare nello strato delle cellule polimorfe della corteccia cerebrale di un vecchio di 87 anni. — Fig. 3. Precapillare nello strato dei granuli della corteccia cerebrale di un vecchio di 90 anni. — Fig. 4. Arteriola neilo strato delle cellule polimorfe in un caso di presbiofrenia. — Fig. 5. Precapillari nello strato delle grandi piramidali in un vecchio di 92 anni. — Fig. 6. Venula nello strato delle polimorfe in un caso di presbiofrenia. — Fig. 7. Venula e precapillare nello strato delle grandi piramidali in un vecchio di 92 anni. — Fig. 8. Arteriole e precapillari nello strato dei granuli della corteccia cerebrale di un vecchio di 84 anni. — Fig. 9. Porzione terminale di un'arteriola e precapillari lungo gli strati delle grandi piramidali, dei granuli e delle polimorfe in un caso di demenza senile. — Fig. 10. Arteriola terminale nello strato delle polimorfe in un vecchio di 89 anni. — Fig. 11. Precapillare nella corona radiata di una circonvoluzione in un vecchio di 97 anni. Sezione dello spessore di 15 μ. — Fig. 12. Arteriola con sue ramificazioni nello strato delle grandi piramidali (decorso parallelo alla super-

I nodi, le treccie ed i grovigli vasali si riscontrano tanto nella corteccia cerebrale, quanto nella sostanza bianca: nella prima, generalmente ad una certa profondità, per lo più al di sotto dello strato delle piccole piramidali; nella sostanza bianca, con speciale frequenza nei vasi che decorrono nel limite estremo della corona radiata parallelamente ai radî. Il reperto, in certi casi, è frequentissimo, trovandosi in ogni sezione microscopica di una circonvoluzione parecchie di tali formazioni; in altri casi, invece, è piuttosto raro.

È difficile fornire un'esatta descrizione di queste bizzarre formazioni, meglio varrà a darne una precisa idea la serie di figure semischematiche che qui riproduco nella pag. 615.

Per quali processi morbosi e con quale meccanismo si costituiscono queste singolari formazioni? Nella patologia dei vasi sanguigni è nota, sotto il nome di *cirsoismus arterialis,* una malattia caratterizzata essenzialmente da irregolari dilatazioni delle arterie e da una spiccatissima tortuosità delle stesse. Questa malattia, che può presentarsi anche nell'età giovanile, è attribuita da molti autori ad una congenita debolezza della muscolare; da altri, ad alterazioni trofoneurotiche della stessa, per cui, a controbilanciare la pressione sanguigna endovasale, non rimane essenzialmente che l'elastica, onde lo sfiancamento e l'allungamento dei vasi (*Schroetter*). Un decorso tortuoso delle arterie si riscontra anche nell'arteriosclerosi: lo si osserva comunemente a carico delle temporali, e fu riscontrato con grande frequenza anche nelle arterie del bacino (*Ziegler*), della milza (*Eppinger*) ecc. Anche in questi casi si ammette che, in seguito alle molteplici alterazioni delle pareti vasali, per meccanismo analogo a quello sopra accennato, le arterie lentamente si allunghino (*Aschoff*), e per conseguenza assumano un decorso tortuoso. Questo fatto, secondo lo *Schroetter*, vien favorito dal trovarsi il vaso in un tessuto lasso (*a. temporalis*, *a. lienalis,* etc.).

È molto probabile, come vedremo, che i singolari reperti da me descritti abbiano fondamentalmente cause analoghe a quelle assegnate alla ben nota tortuosità delle arterie ateromasiche, ma la sopra accennata spiegazione del meccanismo per cui si stabilisce la semplice tortuosità, non basta davvero a farci comprendere il modo di formazione dei nodi, delle trecce e dei convoluti qui illustrati. Io credo di aver risolto in modo soddisfacente questo problema.

In tutti i miei casi ho potuto rilevare varie *alterazioni a carico delle pareti vasali*:

[Fra l'altro: *a*) Cumuli di globuli grassosi in molte cellule endoteliali; abbondanti spesso enormi ammassi di sostanze grassose nelle cellule dell'avventizia e negli spazî linfatici avventiziali (per lo più in cellule granulo-adipose). Sono sostanze grassose di diversa costituzione: i globuli, infatti, di dimensioni variabilissime, a volte enormi, coloransi nelle varie tonalità dallo scarlatto al giallo cromo col metodo *Daddi-Herxheimer*; dal violetto

cupo al carminio metacromatico con la tionina (formolo-congelatore). In genere sono assai ricchi di lipocromo (verde smeraldo col bleu di metilene, rosso mattone con la pironina). *b*) Ispessimento talvolta rilevantissimo dello strato endoteliale. *c*) Alterazioni della membrana elastica; perdita del suo aspetto compatto, della regolare e fitta ondulazione nelle arterie (sez. trasv.); irregolare, parziale moltiplicazione dei suoi strati. *d*) Enorme proliferazione del connettivo fibroso avventiziale, anche nei capillari, spesso limitata ad un solo lato ed a breve tratto della parete vasale, per cui da questa fa sporgenza all'esterno un ammasso compatto di fibre connettivali (metodi del *Mallory*, dell'*Unna* per le fibre collagene, del *Bielschowsky*, del *van Gieson*). Le alterazioni in *c*) si accompagnano spesso a parziali ed irregolari dilatazioni del lume vasale; le alterazioni in *b*) e *d*) a restringimento rilevante dello stesso e ad aumento notevole del diametro totale del vaso colpito].

Lascio impregiudicata la questione se tutti i senili presentino alterazioni di tal sorta, come pure, data la ristrettezza dello spazio concesso, non posso qui neppur sfiorare la questione ancor oggi non ben definita, se tutte le su descritte alterazioni possano riferirsi all'arteriosclerosi; certo esse si possono riscontrare nei vasi cerebrali di soggetti affetti da arteriosclerosi cerebrale, morti in età non avanzata.

Qui mi basta rilevare che i su descritti processi morbosi a carico delle pareti vasali se in parte rivestono carattere degenerativo, rappresentano in buona parte fatti iperplastici che conducono ad un aumento del diametro trasverso del vaso e, secondo ammettono tutti gli autori, anche ad un aumento nel senso della lunghezza.

Ma, parallelamente a questi processi, ha luogo nel senile la ben nota *atrofia diffusa della sostanza cerebrale*, dovuta a lenti processi degenerativi dei tessuti ectodermici (degenerazione grassosa delle cellule nervose, degenerazione delle fibre nervose, necrosi miliari del Fischer, retrazione, sclerotica della nevroglia in primo tempo proliferata ecc.), atrofia, la quale conduce ad una notevole diminuzione del peso e ad una retrazione, ad un rilevante impiccolimento del cervello.

Abbiamo, dunque, due opposte condizioni: tendenza dei vasi ad aumentare in lunghezza — atrofia con retrazione dei tessuti in cui essi giacciono. Ciò posto, noi possiamo riprodurre grossolanamente il meccanismo che conduce alla formazione dei nodi, delle treccie e dei convoluti vasali con un semplice esperimento: prendasi un tubo di gomma elastica del diametro di 1-2 cm. e della lunghezza di 50-60 cm., e, afferratolo alle due estremità si avvicinino queste lentamente, sospingendole in senso opposto, lungo una linea retta. Si osserverà che il tubo a poco a poco si andrà incurvando, finchè, rivolgendosi su sè stesso, formerà un anello identico a quelli raffigurati nelle figg. 1, 2, 3; contemporaneamente, se al tubo venga lasciato un certo agio a ruotare nelle mani, si osserverà che esso è dotato di un energico movimento di torsione sul proprio asse longitudinale.

I vasi sanguigni del cervello senile, nei quali, come abbiamo visto, vi ha la tendenza all'allungamento, dovendo seguire le vicende della graduale re-

trazione del tessuto in seno a cui giacciono, subiscono analoghi meccanismi, per cui i vasi isolati, facendosi sempre più e più tortuosi, finiscono per ripiegarsi su sè stessi nella forma degli anelli rappresentati alle figg. 1, 2, 3, 4, 5, 6. Due o più vasi decorrenti paralleli (1), in seguito al movimento di torsione sull'asse longitudinale, formano treccie più o meno complicate (figg. 7, 8, 9); inoltre questo movimento di torsione ha per effetto di attorcigliare intorno al vaso principale i rami collaterali. A seconda che questi se ne dipartono con un angolo retto o con un angolo più o meno acuto, si formano gli attorcigliamenti fitti come a metà della fig. 9, ovvero gli attorcigliamenti ad ampie spire, come nelle figg. 7, 8. Il vario e lento combinarsi di questi meccanismi nei punti in cui un vaso si suddivide in parecchi rami terminali, dà origine ai più bizzarri convoluti ed aggrovigliamenti, di cui offre un esempio la fig. 12. Sulla base di questi meccanismi si riesce a ricostruire il modo di formazione dei più complicati convoluti, purchè si abbiano in esame sezioni di notevole spessore. Già in sezioni di 15 μ è difficile orientarsi (v. fig. 11).

Una condizione che, io credo, concorre a facilitare la formazione di certi avvolgimenti vasali è data dal fatto che spesso i vasi endocerebrali dei senili si trovano contenuti in spazî assai più ampî che non lo necessiti il calibro loro. Nei vecchi infatti, le guaine avventiziali dei vasi cerebrali si riempiono di grandi quantità di sostanze derivanti dal graduale disfacimento dei tessuti. Questi ammassi perivasali, talvolta enormi, a poco a poco tendono a venire eliminati, cosicchè nella senilità avanzata trovansi spesso i vasi circondati da un amplissimo spazio perivasale, che non può riferirsi esclusivamente ai fenomeni di retrazione dovuti alla fissazione del tessuto, in quanto è occupato da un connettivo molto lasso, fra le cui maglie si trova qualche gruppo di cellule granulo-adipose. Alla formazione di questi spazî concorre verosimilmente anche la retrazione atrofica dei tessuti ectodermici.

Con minor frequenza che nel cervello dei senili ho riscontrato nodi, treccie e convoluti nel cervello di individui affetti da *arteriosclerosi cerebrale*, non vecchi, e in cervelli di *dementi arteriosclerotici*; in questi casi inoltre non ho trovato forme tanto complicate di grovigli vasali come quelle sopra illustrate. Anche nei *dementi senili* in genere il reperto non è molto frequente; ma vi sono casi isolati in cui queste formazioni sono straordinariamente numerose. Le figure 4 e 6 sono tolte da uno di tali casi, di cui debbo il materiale alla cortesia del collega dott. *Sarteschi*.

In genere, in queste forme morbose, come nei senili, le formazioni qui illustrate sono più numerose nei cervelli, meglio dirò, nelle circonvoluzioni

(1) Nei senili non sono rari i così detti fasci vasali (*Gefaesspakete*). V. in proposito il mio lavoro *Sulla corteccia cerebrale dei vecchi* (Annali dell'Ist. Psich. di Roma, 1904) in collaborazione con Brunacci e la mia Nota pubblicata recentemente in questi Rendiconti (vol. XVIII, serie 5ª, 1° sem., 7 feb. 1909).

più spiccatamente atrofiche. Ora è noto che nel senile l'atrofia cerebrale diffusa raggiunge proporzioni maggiori che nell'arteriosclerotico e nel demente arteriosclerotico, dato il tipo diffuso essenzialmente diverso (1) che in quello presentano i processi a carico dei tessuti ectodermici. L'atrofia del cervello, nel senile, in genere è maggiore anche che nel demente senile che non abbia raggiunto un'età molto avanzata, in rapporto, probabilmente, con l'enorme durata di tempo in cui nel primo hanno campo di svolgersi i processi atrofici (20-30 e più anni).

La condizione sopra stabilita, la quale a mio avviso presiede alla formazione dei nodi e dei convoluti vasali, che cioè alla graduale atrofia della massa cerebrale si combini una speciale forma di alterazione dei vasi sanguigni, dà ragione del fatto per cui non in ogni processo atrofico del tessuto cerebrale si riscontrano coteste formazioni vasali; nè credo debbasi trascurare la grande lentezza con cui, verosimilmente, esse vanno costituendosi (2).

Non insisterò sull'importanza che può assumere la dimostrazione dei nuovi reperti e l'interpretazione del loro meccanismo. In base ad esse, nella patologia generale dei centri nervosi, si dovrà tener conto di un nuovo fattore di svariate alterazioni del tessuto nervoso, si dovrà tener conto cioè della *possibilità che hanno i vasi sanguigni di compiere, per entro il tessuto cerebrale, spostamenti relativamente ampî nella direzione del loro asse longitudinale e, su questo asse, movimenti di torsione che possono raggiungere una e più volte il completo rivolgimento del vaso su sè stesso.*

(1) La tendenza che oggi risulta dalle più recenti e complete ricerche cliniche e di istopatologia cerebrale è quella di separare l'arteriosclerosi dalla senilità semplice, parallelamente la demenza arteriosclerotica dalla demenza senile. Accanto ad un'ampia serie di differenze cliniche già ben determinate, un esame approfondito del cervello dell'arteriosclerotico, rispettivamente del demente arteriosclerotico, oltre alle lesioni a focolaio in senso volgare (rammollimenti, piccole emorragie), fa sempre rilevare alterazioni del tessuto *a chiazze*, rivestenti per lo più il tipo della gliosi perivascolare nel senso dell'*Alzheimer* (non nel senso di alcuni autori, i quali così denominano i comuni fenomeni di reazione nevroglica intorno ai vasi sanguigni), alterazione che si alterna, a limiti netti, con tratti più o meno estesi di tessuto cerebrale *relativamente integro*. Nel cervello del senile, invece, trovansi alterazioni *diffuse a tutta la corteccia*, specialmente gravi a carico delle cellule nervose (degenerazione grassa, alterazioni a gomitolo delle neurofibrille da me poste in rilievo anche nei vecchi), più o meno regolarmente sparse, le necrosi miliari del Fischer ecc. Quantunque, per varie ragioni, la demenza senile apparisca come una vera e propria malattia a sè, nondimeno, dal punto di vista istopatologico, essa si avvicina molto più alla senilità semplice che non alla demenza arteriosclerotica. Ciò posto, si possono e si debbono ammettere anche casi misti, inquantochè naturalmente vi sono senili e dementi senili affetti da grave arteriosclerosi.

(2) Il dott. Perusini, in questi giorni, ha potuto riscontrare eleganti nodi vasali anche in un caso di paralisi progressiva.

Per quanto non sia ancor definitivamente chiarito il modo di contatto dei prolungamenti nevroglici con le pareti vasali (la maggior parte degl'istologi seguono, ed io credo con ragione, le vedute del *Golgi*, secondo il quale essi si inseriscono direttamente sulla guaina avventiziale), in ogni modo l'applicazione di questa legge meccanica basata sui fatti, ci permette di stabilire con certezza, se non l'unica, almeno una delle cause delle rigogliose proliferazioni nevrogliche intorno ai vasi dei senili, ponendole in rapporto con i lenti ma ampî spostamenti cui sono costretti i vasi in seno ai tessuti contigui. Inoltre, in rapporto con i processi di trazione cui necessariamente soggiaciono i rami collaterali, costretti ad attorcigliarsi sul vaso d'origine, bisognerà porre non piccola parte delle modificazioni a carico delle reti terminali dei capillari, e del tessuto nervoso da queste nutrito.

Patologia vegetale. — *Sul disseccamento delle foglie dell'olivo prodotto dalla Phyllosticta insulana* Mont. Nota di L. Petri, presentata dal Socio G. Cuboni.

Nel mese di aprile di quest'anno sono pervenute alla R. Stazione di Patologia vegetale, dai dintorni di Siena, di Spoleto e di Lecce, delle foglie di olivo parzialmente disseccate, presentanti cioè delle macchie color cuoio più o meno sviluppate. L'aspetto di queste foglie è rappresentato dalla fig. 1 ed è in tutto simile a quello presentato dalle foglie d'olivo attaccate dalla *Stictis Panizzei* De Not. Specialmente per il materiale proveniente dal Leccese, dove quest'ultimo fungillo è particolarmente localizzato, sono stato un po' in dubbio se non si trattasse della *brusca*, malattia dovuta appunto allo sviluppo della *Stictis*; ma la mancanza assoluta dei picnidi e degli apoteci di questo fungo, mi ha fatto escludere tale possibilità. Sulle foglie inviate dalla Cattedra ambulante di Siena, e provenienti dalla Fattoria di Arceno, si notavano delle piccolissime pustole nere sottoepidermiche, tanto sulla pagina superiore che su quella inferiore, disposte in piccolo gruppo a contorno irregolarmente circolare. Anche nelle foglie provenienti da Spoleto e da Lecce (Martano e Carpignano) si vedevano qua e là di tali pustolette, e altre simili se ne formarono in camera umida.

Le sezioni delle foglie, eseguite in corrispondenza delle macchie incipienti, mostrano delle ife a percorso intercellulare, diafane a membrana ispessita stratificata (fig. 2, *a*).

Gli organi sporigeni si formano subito sotto l'epidermide negli spazî intercellulari del palizzata o nelle camere stomatiche del parenchima spugnoso.

Si costituisce dapprima un ifenchima incoloro, nel quale si differenzia ben presto una zona periferica di ife con parete bruno-olivastra. La massa

interna presenta ben presto una cavità tappezzata da brevi sterigmi non ramificati, che dànno origine a numerosissime spore bacillari, ialine, unicellulari, a estremità molto ottuse, tronche; raramente sono leggermente incurvate o ristrette nel mezzo. Le loro dimensioni oscillano fra 3-5 rar. 6 ≷ 1-1,5 μ. (Cfr. fig. 2, *b*, *c*).

I picnidi, quando le foglie che li portano sieno poste in camera umida, rompono l'epidermide e si aprono con un piccolo poro apicale per cui in gran quantità escono le spore. I picnidi della pagina inferiore si formano sempre posteriormente a quelli della pagina superiore. Il loro diametro oscilla fra i 50 e i 70 μ.

L'unica specie di *Phyllosticta* descritta sulle foglie dell'olivo e che presenti molte affinità con quella in esame è la *Ph. insulana* trovata da Ca-

Fig. 1.

stagne nei dintorni di Montaud-les Miramas in Francia, e della quale possediamo una breve diagnosi compilata da Montagne [1].

I caratteri dei due fungilli che coincidono sono i seguenti: la lunghezza delle spore, la confluenza dei picnidi; differiscono invece: il luogo di formazione dei picnidi, l'estensione delle macchie.

Non credo però che queste differenze ci possano autorizzare a ritenere la specie che ci interessa molto diversa da quella descritta da Montagne, giacchè se quest'ultima è data come ipofilla non è affatto escluso che i suoi picnidi si formino anche sulla pagina superiore, come appunto avviene per la *Phyllosticta* in esame. Probabilmente lo scarso materiale posseduto da Montagne e il breve studio che ne fece, non gli permisero di determinare con sufficiente sicurezza questo carattere. Anche il colore e le dimensioni

[1] La diagnosi, riportata nella *Sylloge Fungorum* del Saccardo (vol. III, pag. 21) è la seguente:

Phyllosticta insulana Mont. Pl. Cell., VIII Cent. n. 14. — Hypophylla, maculis folio decolorato pallidis, lineola brunnea tenuissima flexuosa cinctis; peritheciis minutissimis, atris, confluentibus; sporulis atomisticis, 6μ longis. *Hab.* in foliis Oleae europeae, circa Montaud-les Miramas in Gallia (Castagne). Maculae 1,5-5 mm. diam.

delle macchie sono molto variabili e possono dipendere da numerose condizioni esterne differenti da luogo a luogo.

Non potendo presentemente fare un confronto col materiale raccolto da Castagne, ritengo, in via provvisoria, la *Phyllosticta* ora descritta come una forma appartenente alla *Ph. insulana* Mont. i cui dati diagnostici possono essere riassunti come segue:

Maculis varie evolutis, initio ochraceis dein albescentibus; *fusco-cinctis*; *pycnidiis amphygenis, emerso-punctiformibus, globosis, nigris, gregariis, pertusis*, 50-70 μ diam.; *sporulis bacillaribus, hyalinis*, μ 1-1,5 $\times$ 3-5 rar. 6, *basidiis brevibus suffultis.*

Hab. in foliis vivis *Oleae europeae* pr. Siena, Spoleto, Lecce.

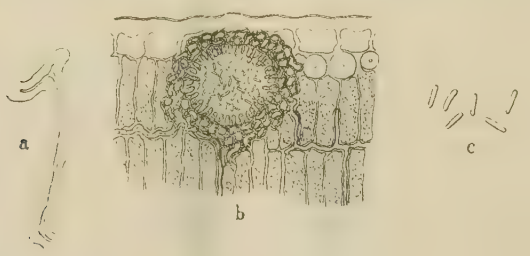


Fig. 2.

L'azione parassitaria che questo fungillo esercita sulle foglie dell'olivo è perfettamente identica a quella del *Coniothyrium Oleae* Pollacci, frequente negli oliveti dei dintorni di Spoleto, e a quella della *Stictis Panizzei* De Not., fungo localizzato nelle provincie di Lecce e di Sassari.

È dimostrato, dall'esame diretto e dalla formazione dello strato suberoso che limita la macchia, che il micelio di questi funghi attacca i tessuti fogliari quando essi sono ancora vivi; ma è pure evidente, dalla comparsa saltuaria, incostante di questi deboli parassiti, che soltanto i tessuti già danneggiati da altre cause patologiche possono offrire un grado di ricettività sufficiente. Nel caso ora in esame io credo che le basse temperature verificatesi nello scorso inverno in molte zone olivate abbiano determinato e favorito gli attacchi della *Phyllosticta insulana.*

Per quanto si tratti di un debole parassita, sembra che, date le condizioni opportune, esso possa recare dei danni sensibili agli olivi, diminuendone la superficie fogliare e provocando anche la caduta dell'intera foglia quando il suo sviluppo avvenga nella regione basale in vicinanza del picciuolo.

Per ora sono a mia conoscenza solo le notizie cortesemente comunicatemi dalle Cattedre Ambulanti di Agricoltura di Siena e di Lecce. Nella fattoria di Arceno (Siena) la malattia ha preso tale diffusione da destare

seria apprensione, e così pure, a quanto mi si riferisce, in altre parti di quella provincia.

Nel Leccese gli attacchi della *Phyllosticta* si sono resi palesi specialmente nel comune di Martano e di Carpignano. E' da notare che in quest'ultimo paese è sconosciuta l'*abbruscatura* prodotta dalla *Stictis* (*brusca* pr. detta). Gli olivi colpiti si trovano in condizioni vegetative deplorevolissime: scarsa e scolorita la fronda, presentano la maggior parte delle foglie parzialmente disseccate.

Ulteriori ricerche che io mi prometto di poter compiere sul luogo, potranno meglio determinare quali siano le condizioni che causano il deperimento predisponente agli attacchi di questa *Phyllosticta*, il cui sviluppo potrà quasi certamente esser molto limitato con appropriati lavori culturali atti a rinvigorire le piante sofferenti.

Credo opportuno di aggiungere, per chi volesse ricercare questa *Phyllosticta* sulle foglie dell'olivo, che essa può facilmente esser confusa, da un occhio non molto esercitato, con le fruttificazioni picnidiche di altri fungilli.

I picnidi della *Stictis Panizzei* sono infatti delle stesse dimensioni (μ 50-70): soltanto si presentano esclusivamente sulla pagina inferiore della foglia, e sono invisibili ad occhio nudo, perchè sempre immersi nel tessuto fogliare e non coloriti in nero; le spore, simili per la forma, sono alquanto più piccole (μ 0,5-0,8 $\gtrless$ 3-4). Sopra le macchie di secco prodotte dalla *Stictis Panizzei* è frequente, non costante, un'altra fruttificazione picnidica riferibile a una *Phyllosticta*. Questi picnidi neri, puntiformi, sono sempre epifilli e si sviluppano in serie parallele fra loro e alla linea suberosa limitante la macchia di secco della porzione del lembo rimasta verde.

Anche questa specie, del tutto saprofitica, potrebbe venir confusa con la *Phyllosticta insulana*, tanto più che spesso può comparire prima della formazione degli apoteci della *Stictis*, e ad un esame superficiale potrebbe venir attribuito alla sua azione il disseccamento parziale della foglia.

Questa *Phyllosticta* differisce dalla *Ph. insulana* per la disposizione in serie parallele dei picnidi e per le dimensioni delle spore, assai maggiori (μ 6-9 $\gtrless$ 2-3). Finalmente sarà facile distinguere la *Ph. insulana* dal *Coniothyrium Oleae* principalmente per i caratteri forniti dalle spore, che in quest'ultimo fungo presentano una forma ellissoidale, un color fuligineo e 4,5-6,8 μ di larghezza per 5-8 μ di lunghezza.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente Blaserna dà la dolorosa notizia della morte del Socio straniero prof. E. G. Engelmann, avvenuta il 20 maggio 1901; apparteneva il defunto all'Accademia per la Fisiologia, sino dal 28 agosto 1901.

Nel'adunanza generale del 5 giugno 1909 l'Accademia procedette alla elezione dell'Amministratore e dell'Amministratore aggiunto. Lo spoglio dei voti diede il risultato seguente:

Per l'elezione dell'Amministratore: Votanti 41. — Gatti ebbe voti 34; Volterra 4; Dalla Vedova 2. — Schede bianche 1. Eletto Giuseppe Gatti (riconferma).

Per l'elezione dell'Amministratore aggiunto: Votanti 41. — Dalla Vedova ebbe voti 36; Gatti 2; Volterra 2. Schede bianche 1. Eletto Giuseppe Dalla Vedova (riconferma).

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Socio E. D'Ovidio fa omaggio del volume dell'ing. prof. Camillo Guidi, intitolato: *Lezioni sulla scienza delle costruzioni.* P. II. *Teoria dell'elasticità dei materiali*, e di varie altre pubblicazioni dello stesso autore.

CONCORSI A PREMI

Il Presidente Blaserna dette comunicazione all'adunanza generale del 5 giugno 1909, della lettera (1) colla quale la sig.ª Clotilde Rey, vedova Quintino Sella annuncia la fondazione del « Premio Alfonso Sella ».

L'Accademia fa plauso alla nobile Istituzione e incarica il Presidente di trasmettere i suoi sentimenti di riconoscenza e d'ammirazione alla signora Sella.

Dopo breve discussione l'Assemblea stabilisce lo Statuto seguente per la Fondazione suddetta:

STATUTO
DELLA FONDAZIONE « PREMIO ALFONSO SELLA ».

1) È fondato un « Premio Alfonso Sella » ad incoraggiamento degli studî di Fisica, eseguiti dagli aiuti ed assistenti negli Istituti e laboratorî Universitari italiani di Fisica.

(1) V. questi Rendiconti pag. 553.

2) Il premio è annuale, perpetuo, di lire 1000 e viene conferito dalla R. Accademia dei Lincei a lavori che siano pubblicati nel triennio precedente il momento della scadenza del concorso e dall'Accademia reputati meritevoli di quello.

Il premio può essere conseguito dalla stessa persona più volte, ma non in due anni successivi.

3) Una Commissione di due membri dell'Accademia dei Lincei e del Presidente, *pro tempore*, della Società italiana di Fisica, propone il conferimento del premio alla approvazione dell'Accademia.

4) A sopperire alle spese necessarie alla esecuzione del presente Statuto, cioè al pagamento del premio annuale e al pagamento delle tasse, l'Accademia accoglie con plauso l'offerta di Consolidato italiano 3,50 per cento, per la rendita complessiva di lire 1050, fatta dalla famiglia Sella secondo la volontà del compianto Alfonso Sella.

5) I premi non conferiti e le altre somme rimaste disponibili costituiscono un fondo amministrato dall'Accademia in conto separato, destinato a formare un capitolo speciale per controbilanciare ulteriori conversioni della Rendita, nonchè a facilitare con incoraggiamenti nuove indagini nel campo cui si riferisce il premio.

6) La prima Relazione riguardante detto premio avrà luogo nella seduta Reale del 1911.

DISSERTAZIONI ACCADEMICHE

DELLE UNIVERSITÀ DI BASEL, BONN, LEIDEN, MARBURG E MÜNCHEN.

I. — BASEL.

ALDER M. — Ein Fall von angeborener, funktioneller (?) Pylorushyperplasie, kombiniert mit angeborener Vergrösserung des Magens und Hyperplasie seiner Wandung. Berlin, 1908. 8°.

AMSTAD E. — Zur Frage der diffusen Gonorrhoischen Peritonitis. Langnau, 1908. 8°.

BAULER E. R. — Untersuchungen über die Rolle der Syphilis und der Arteriosklerose bei der Entstehung der Aortenaneurysmen. Basel, 1908. 8°.

BAUMEISTER L. — Beiträge zur Anatomie und Physiologie der Rhinophiden. Integument, Drüsen der Mundhöhle, Augen und Skeletsystem. Naumburg, 1908. 8°.

BENKENSTADT N. — Ueber Spina bifida occulta. Basel, 1907. 8°.

BERNIKER N. — Die zerstückelnden Operationen am lebenden und toten Kinde. Basel, 1908. 8°.

BERNOUILLI W. — I. Ueber die elektrolytische Reduktion von Sulfochloriden. II. Ueber Umlagerungen bei ungesättigten Säuren. Basel, 1908. 8°.

BEYER O. — Untersuchungen über aromatische Dithiole. Zürich, 1908. 8°.

BLEICHMANN M. Ueber Herzverletzungen. (Abbinden des Herzohres bei Verletzungen). Basel, 1908. 8°.

BLUMENFELD E. — Zur Chirurgischen Behandlung der Cholelithiasis (30 Fälle der Basler Chirurgischen Klinik). Basel, 1908. 8°.

CHWILIWIZKI J. — Die Behandlung der Mastitis im Frauenspitale Basel-Stadt. Basel, 1907. 8°.

CISI J. — Das Gehirn von Hatteria punctata. Naumburg, 1909. 8°.

EMMERICH F. — Ueber Kohlenwasserstoffe aus cyclischen Ketonen. Basel, 1908. 8°.

FROELICH H. — Stickstoffbindung durch einige auf abgestorbenen Pflanzen häufige Hyphomyceten. Leipzig, 1908. 8°.

GOLDBERGER DE BUDA P. — Studien über das N-Bromphtalimid. Basel, 1908, 8°.

GUGGENHEIM M. — Ueber Ortho-Nitrophenylglycine und ihre Reduktionsprodukte. 1,5-Dirhodan-2,4-Dinitrobenzol und einige seiner derivate. Berlin, 1908. 8°.

HAESSIG B. — Mitteilungen über die letzten 500 Extraktionen von Altersstar mit besonderer Berücksichtigung komplizierter Fälle. Berlin, 1908. 8°.

HERRE T. — Ueber die 2,4-Dinitrochlorbenzol-6-sulfosäure. Berlin, 1908. 8°.

HÖRLER E. — Die Ergebnisse der im Basler Frauenspital in dem Jahren 1901-1907 ausgeführten Myomoperationen. Aarau, 1907. 8°.

HOSCH P. H. — Das primäre Magensarkom mit cystischen Lebermetastasen. Klinisch-pathologisch-anatomischer Beitrag. Leipzig, 1907. 8°.

ISRAELSOHN J. — Ueber Herzhypertrophie bei Arteriosklerose und Schrumpfniere nebst Bemerkungen über die sog. enge Aorta. Basel, 1908. 8°.

JACOBSOHN S. — Ueber Little'sche Krankheit an Hand einer Erkrankungsgruppe bei drei Geschwistern. (Aus dem Kinderspital zu Basel). Basel, 1907. 8°.

JALON M. — Untersuchungen über einen synthetischen Sulfinazofarbstoff. Basel, 1908. 8°.

KALMANOWITSCH S. — Ueber Schwangerschaftsnephritis. Basel, 1908. 8°.

KAZNELSON M. — Ueber die Therapie der ektopischen Schwangerschaft am Frauenspital Basel-Stadt. Basel, 1908. 8°.

Kosmann T. — Zur Kasuistik der Beckenfrakturen bei Kindern. (Aus der Kinderklinik in Basel). Odessa, 1908. 8°.

Lichtenhahn F. — Ueber Mastitis chronica cystica. Leipzig, 1907. 8°.

Liebermann E. — Die Geburten bei engem Becken in den Jahren 1896-1906. (Eine klinisch-statistische Studie). Basel, 1908. 8°.

Malewitsch M. Die verschiedenen Formen der Sehuennaht. Prüfung der Zugfestivkeit derselben am Leichenmaterial. Basel, 1908. 8°.

Malis J. — Kutandiagnose der Tuberkulose bei chirurgischen Leiden (Klinische Studie aus der chirurgischen Klinik in Basel). Leipzig, 1908. 8°.

Meng A. — Ueber mannelle Placentarlösung. Frick, 1907. 8°.

Meschebowsky H. — Ueber die Darmresektion u.-Nath. Basel, 1908. 8°.

Minkiewitsch M. — Tetania parathyreopriva und Hyperparathyreosis. (Experimentelle Studie aus der chirurgischen Klinik in Basel). Basel, 1908. 8°.

Murawtschik L. — Ueber Arteriosclerosis cerebro-spinalis. Basel, 1908. 8°.

Oes A. — Ueber die Autolyse der Mitosen. Leipzig, 1908. 8°.

Pfister C. R. — Die Trunksucht als Todesursache in Basel 1892-1906. Berlin, 1908. 8°.

Plotkin G. — Ueber Darmperforation beim Typhus abdominalis und ihre chirurgische Behandlung. Basel, 1908. 8°.

Rautberd B. — Urogenitaltuberkulose und Meningitis tuberkulosa aus der pathologisch-anatomischen Anstalt Basel. Basel, 1908. 8°.

Reinert E. — Ueber die pathologische Hinterscheitelbeineinstellung Aus dem Basler Frauenspital. Basel, 1908. 8°.

Rosenstein A. — Ueber einen Fall von acuter haemorrhagischer Myelitis im Cervicalteile des Rückenmarks aus der medizinischen Abteilung des Bürgerspital in Basel. Basel, 1908. 8°.

Rosowsky A. — Ueber Coecal und Ovarialhernien im Kindesalter aus der Kinderklinik in Basel. Basel, 1908. 8°.

Schaub S. — Beiträge zur Kenntnis der postembryonalen Entwicklung der Ardeiden. Naumburg, 1907. 8°.

Scheele E. — Ueber einige Erdocle aus Borneo. Basel, 1908. 8°.

Schmidt C. — Die Geologie des Simplongebirges und des Simplontunnels. Basel, 1908. 8°.

Schönberg S. — Ueber Veränderungen im Sinusgebiet des Herzens bei chronischer Arrhythmie. Wiesbaden, 1908. 8°.

Schwiff S. — Ueber die Folgen des vorzeitigen Blasensprunges. Basel, 1908. 8°.

Siebenbürger H. — I. Einige Derivate des *m*-Aminothiophenols. II. Eine neue Bildungsweise des *o*-Phenylendiazosulfids. Basel, 1908. 8°.

Steffens M. — Ueber die Absorption der photographisch wirksamen Röntgenstrahlen durch einige der wichtigsten Elemente. Strassburg, 1907. 4°.

Sternik H. — Ueber Luftembolie bei Placenta praevia (Aus dem Frauenspital Basel), Basel, 1908. 8°.

Thiess K. G. — Ueber Phenylphtalamidon. Basel. 1908. 8°.

Throm F. — Ueber die Absorption der Röntgenstrahlen durch Metallbleche verschiedener Dicke, gemessen durch die von den Röntgenstrahlen bewirkte Jonisation der Gase. Lörrach, 1907. 8°.

Tröndle A. — Ueber die Kopulation und Keimung von Spirogyra. Basel, 1907. 4°.

Vogelsanger T. — Spätblutungen im Wochenbett. Ein Fall von Aneurysma spurium der Arteria uterina. Leipzig, 1908. 8°.

Weber A. — Untersuchung über den Einfluss der Sulfogruppe im Orthotoluidin auf die Bildung von Indazolen. Basel, 1908. 8°.

Walter C. — Die Hydrocarinen der Schweiz. Genf, 1907. 8°.

II. — Bonn.

Abl R. C. — Ueber den Einfluss der Nichtelektrolyten auf die elektromotorische Keaft in Ketten. Bonn, 1907. 8°.

Brandt F. — Ueber Sprachstörungen nach Unfällen. Bonn, 1908. 8°.

Brügelmann M. — Ueber Schwangerschaft, Geburt und Wochenbett jugendlicher Erstgebärenden. Bonn, 1908. 8°.

Buché P. — Ueber Markfibrome der Niere. Bonn, 1908. 8°.

Danielewicz H. — Klinische Beiträge zur Pyocyanasebehandlung. Bonn, 1908. 8°.

David O. — Ueber den Farbstorff- und Eisengehalt des Blutes. Experimentelle und klinische Untersuchungen. Halle, 1908. 8°.

Dillenburger W. — Ueber Osteogenesis imperfecta. Bonn, 1908. 8°.

Dörsing K. — Ueber die Geschwindigkeit des Schalles in Flüssigkeiten. Bonn, 1907. 8°.

Engels F. — Ueber normale und anscheinend normale Prominenzen der Wirbelsäule. Bonn, 1907. 8°.

Fabricius W. — Ein Beitrag zur klinischen Beurteilung des krankhaften Wandertriebes. Bonn, 1908. 8°.

Feigen H. — Die Bacterien-Menge des Dünndarms und ihre Beeinflussung durch Antiseptica. Bonn, 1908. 8°.

Fischer O. — Ueber diskontinuierliche Kathodolumineszenzspektra einiger aromatischer Vorbindungen. Bonn, 1908. 8°.

Förster P. — Ueber die Einwirkung von Hydrazinen anf Rhodanessigsäure und Rhodanessigester. Bonn, 1908. 8°.

Galperin-Téytélmann S. — « Die basophilen Granula der roten Blutkörperchen bei Bleiarbeitern » klinische und experimentelle Untersuchungen. Bonn, 1908. 8°.

Goos F. — Der spektroskopische Doppelstern Capella. Bonn, 1908. 4°.

Grosch P. — Phylogenetische Korallenstudien (Die Axophylliden). Berlin, 1908. 8°.

Hackenberg H. — Ueber die Substanzquotienten von Cannabis sativa und Cannabis gigantea. Dresden, 1908. 8°.

Hàncu V. H. — Ueber die Tautomerie cyclischer Monoketone. Berlin, 1908. 8°.

Hartmann K. — Das Thiosinamin und seine therapeutische Anwendung. Bonn, 1908. 8°.

Hartog F. E. — Beitrag zur Chemie der Mineralöle nebst einem Anhange, die Literatur über die Mineralöle enthaltend. Bonn, 1908. 8°.

Hedding F. — Beiträge zur Kenntnis des induzierten Irreseins. Bonn, 1908. 8°.

Heiten E. — Ueber Saccharin und Saccharinate und ihre Bildungsgeschwindigkeit aus Zuckerarten unter dem Einfluss von Alkalien. Bonn, 1907. 8°.

Hoeller V. — Untersuchungen über den langwelligen Teil des Baryumspektrums. Leipzig, 1908. 8°.

Hoffmann K. F. — Ueber den Einfluss der Röntgenstrahlen auf den Kaninchenhoden. Mannheim, 1908. 8°.

Khuen A. — Beiträge zur Kenntnis des Mineralstoffwechsels, insbesondere der Kalkes beim Wiederkäuer. Strassburg, 1908. 8°.

Kien P. — Ueber das Flammenspektrum des Kupferchlorids. Leipzig, 1908. 8°.

Kilian H. F. C. — Beiträge zur Kenntnis der Verbindungen des drei- und vierwertigen Ceriums. Bonn, 1908. 8°.

Kiltz H. — Versuche über den Substanz-Quotienten beim Tabak und den Einfluss von Lithium auf dessen Wachstum. Bonn, 1908. 8°.

Köster E. — Ueber Spätgeburten und andere Beobachtungen an besonders schweren Früchten. Bonn, 1908. 8°.

Krell E. — Zur Frage der Heilung der Dementia paralytica. Bonn, 1908. 8°.

Kummer A. — Ueber eine Gattung von projektiven Transformationsgruppen in sechs Veränderlichen. Göttingen, 1908. 8°.

Mariam T. — Ueber Methionsäuresynthesen. Bonn, 1908. 8°.

Marx H. — Ein Fall von Malum suboccipitale mit Brown-Séquard'schem Symptomenkomplex. Bonn, 1908. 8°.

Massmann W. — Ein Beitrag zur Vaccine-Ophthalmie. Bonn, 1908. 8°.

Meisenbach C. F. O. — Untersuchungen über den roten Teil des mit Calciumchlorid erzeugten Bogenspektrums. Leipzig, 1908. 8°.

Nourney W. — Zur Behandlung der Pleuritis. Bonn, 1907. 8°.

Olbertz P. — Ueber die klinische Stellung des Eifersuchtswahnes. Bonn. 1908. 8°.

Orland F. — Die neueren Ergebnisse über das Verhalten der Leukocyten mit Beiträgen zur Untersuchung des « neutrophilen Blutbildes » beim gesunden und beim kranken Säugling. Bonn, 1908. 8°.

Ostermann C. — Beitrag zum Kapitel der Darmverletzungen durch stumpfe Gewalt. Cöln, 1908. 8°.

Peitzsch R. — Ueber Placenta praevia. Elberfeld, 1908. 8°.

Pinnekamp T. — Ueber die Affectionen der Niere bei der croupösen Pneumonie. Bonn, 1907. 8°.

Prein R. — Ueber den Einfluss mechanischer Hemmungen auf die histologische Entwicklung der Wurzeln. Halle, 1908. 8°.

Pupke F. — Die optischen Anomalien bei Apatit. Bonn, 1908. 8°.

Ramsauer W. — Zur Technik der Nervennaht: Einscheidung der Distanznaht durch ein Venenstück. Bonn. 1907. 8°.

Röscner E. — Beitrag zur Pflege und Ernährung frühgeborener Kinder. Bonn, 1908. 8°.

Rosorius H. — Ueber Rückenmarksanästhesie in der Geburtshülfe. Bonn, 1907. 8°.

Sawalischin K. — Ueber angeborene Stenose des Aorten- und Mitralostiums infolge foetaler Endocarditis. Bonn, 1908. 8°.

Schaufs R. — Beitrag zur Kenntnis der freilebenden Copepoden und Cladoceren der Umgegend von Bonn. Bonn, 1908. 8°.

Schiltz H. J. — Untersuchungen über die Wirkung des Ferrosulfats auf die Pflanze. Bonn, 1908. 8°.

Schipper G. F. — Beitrag zur Kasuistik der Struma ovarii. Bonn, 1907. 8°.

Schmidt J. — Beziehungen zwischen Körperform und Leistung bei den Milchkühen. Wiesbaden, 1908. 8°.

Schmidt W. J. — Beiträge zur Kenntnis des Weichkörpers und der Fortpflanzung der Castanelliden. Bonn, 1908. 8°.

Schmitz W. — Zur Therapie der Ascaridiasis mit Ol. Chenopodii anthelminthici. Bonn, 1908. 8°.

Schneiders W. — Acinöse Struktur in metastatischen Lebercarcinomen. Bonn, 1908. 8°.

Schöning K. — Ueber die nach der Verabreichung von Filix mas eingetretenen Vergiftungen und ihre Folgen für das Auge nebst einem neuen Falle. Bonn, 1908. 8°.

Schubert A. — Löslichkeitsbestimmungen an schwerlöslichen Salzen seltener Erdmetalle. Bonn, 1908. 8°.

Schwetz W. — Die Spektren des Wismuths. Bonn, 1908. 8°.

Sondag W. — Beiträge zur Kenntnis des Natriumhydrosulfitis und der Methionsäure. Bonn, 1907. 8°.

Trebes W. — Ueber die Angina ulcerosamembranacea. Plaut-Vincent'sche Angina. Bonn, 1907. 8°.

Trummel P. — Beiträge zur Kenntnis der Konstitution der Citraconsäure und ihrer Homologen. Bonn, 1908. 8°.

Weber J. — Ueber Dissociation von Vorhof und Kammerrythmus. Bonn, 1908. 8°.

Wenzel P. — Ueber Beckenbrüche. Bonn, 1908. 8°.

Wiemers — Osmotische Untersuchungen über Alkalihaloide. Bonn, 1908. 8°.

Wildt E. — Ueber die Einwirkung von Alkalien auf Verbindungen der Dithio-

diglykolsäure und der Diselendiglykolsäure. Eine neue Bildungsweise von Verbindungen der Thiooxalsäure und der Selenoxalsäure. Braunschweig, 1907. 8°.

Winokuroff E. — Einige seltenere Geschwülste bei Tieren. Bonn, 1908. 8°

Wintgen R. — Ueber den Einfluss der Komplexbildung auf Raumerfüllung und Lichtbrechung in wässrigen Lösungen von Salzen und Säuren. Bonn, 1908. 8°.

III. — Leiden.

Beusekom J. (van). — Onderzoekingen en beschouwingen over endogene callusknoppen aan de bladtoppen van Gnetum Gnemon L. Tiel, 1907. 8°.

Braak C. — Isothermen van waterstof. Leiden, 1908. 8°.

Donk A. D. — Bijdrage tot de kennis van eenige Altkalisulfostibiaten. Leiden, 1908, 8°.

Dubois H. F. — Over de verandering der refractie gedurende den loop van het leven. Utrecht, 1907. 8°.

Fabius G. — Beschouwingen en Onderzoekingen over de Beteekenis van het Chloornatrium voor de Pathologie en de Therapie. Leiden, 1908. 8°.

Gewin J. W. A. — Over de verhouding van pepsine tot chymosine. Utrecht, 1907. 8°.

Gonggrijp B. — Over Benadering van Hulpunten en Oneindigheidspunten. Met Toepassingen op het gebied der elliptische Functien. Haarlem, 1908. 8°.

Haan T. (de). — Over de condensatieproducten van β· Diketonen met Ureum. Leiden, 1907. 8°.

Ingen A. S. (van). — Prolapsus funiculi. Leiden, 1908. 8°.

Jongkees W. J. A. — Het Iminodiazijnzuur en eenige zijner derivaten. Leiden, 1908. 8°.

Kruyt H. R. — De dynamische allotropie der zwawel. Amsterdam, 1908. 8°.

Mulder W. — Quantitatieve betrekking tusschen prikkel en effect bij het statisch orgaan. Utrecht, 1908, 8°.

Noyons A. K. M. — Over den autotonus der spieren. Utrecht, 1908. 8°.

Ornstein L. S. — Toepassing der Statistische Mechanica van Gibbs op molekulair-theoretische vraagstukken. Leiden, 1908. 8°.

Sluijs J. J. (van der). — Over de Behandeling van het Breuklijden. Utrecht, 1908. 8°.

Steinmetz E. A. — Het Problem van Pfaff in verband met de Theorie der Partieele Differentiaalvergelijkingen. Leiden, 1908. 8°.

Tesch J. J. — Systematisch Overzicht van alle tot nu toe bekende Heteropoden. Leiden, 1906. 4°.

Vries O. (de). — Over complexe Iridiumverbindingen. Leiden, 1908. 8°.

Watermann N. — Arteriosklerose door Adrenaline. Rotterdam, 1907. 8°.

IV. — Marburg.

Ackermann D. — Ein Beitrag zur Chemie der Fäulnis. Strassburg, 1907. 8°.

Albrand M. — Die Anlage der Zwischenniere bei den Urodelen. Marburg, 1907. 8°.

Asteroth P. — Der Einfluss der thermischen und mechanischen Vorgeschichte auf die magnetischen Eigenschaften, insbesondere die Hysterese, Heuslerscher Legierungen. Marburg, 1907. 8°.

Baesecke P. — Beiträge zur Kenntnis der physiologischen Scheiden der Filicinen-Achsen und -Wedel sowie über den Ersatz des Korkes bei den Filicinen. Marburg, 1908. 8°.

Beneke R. — Die Entstehung der kongenitalen Atresie der grossen Gallengänge; nebst Bemerkungen über den Begriff der Abschnürung. Marburg, 1907. 4°.

Bierhoff F. — Ueber Häufigkeit und Ursachen der Anisokorie. Marburg, 1907. 8°.

Birt E. — Ueber Hypophysiserkrankung mit spezieller Berücksichtigung der okularen Symptome. Marburg, 1907. 8°.

Bohlmann F. A. — Zur direkten Bestimmung des Sehlagvolumens des Herzens. Marburg, 1907. 8°.

Brandt T. — Beiträge zur Kenntnis der Organogenese bei caudaler Regeneration von Lumbriciden. Marburg, 1908. 8°.

Budde M. — Anatomische Untersuchungen über die Circularvene der Placenta, Sinus circularis, Meckel'scher Blutleiter. Marburg, 1907. 8°.

Dohrn R. — Ueber die Augen einiger Tiefseemacruren. Aus dem Material der Deutschen Tiefsee-Expedition 1898-99. Marburg, 1908. 8°.

Dose F. — Ueber den Lungenvagus bei Katzen und Hunden. Bonn, 1908. 8°.

Fassbender H. — Einfluss der stillen Entladung auf explosive Gasgemische. Marburg, 1907. 8°.

Fickewirth G. — Beiträge zur Kenntnis der Cumarine. Marburg, 1908. 8°.

Fukui S. — Die Zwillings-Diagnose während Schwangerschaft und Geburt. Marburg, 1908. 8°.

Garbowski L. — Ueber Abschwächung und Variabilität bei Bacillus luteus Smith et Baker und Bacillus tumescens Zopf. Marburg, 1907. 8°.

Gebhard K. — Ueber die Einwirkung des Lichtes auf Farben nebst einem Anhang über Kolorimetrie. Marburg, 1908. 8°.

Glahn W. — Ueber Versuche zur Darstellung chinoïder Schwefelverbindungen. Marburg, 1908. 8°.

Goy S. — Ueber das Quecksilberoxycyanid und andere Quecksilbercyanverbindungen. Marburg, 1908. 8°.

Harms W. — Zur Biologie und Entwicklungsgeschichte der Najaden. Marburg, 1908. 8°.

Heide A. (v. d.). — Riesengesehwülste. Marburg, 1908, 8°.

Heinzerling O. — Der Bau der Diatomeenzelle mit besonderer Berücksichtigung der ergastischen Gebilde und der Beziehung des Baues zur Systematik. Marburg, 1908. 4°.

Hellmuth H. — Ein Fall von Foetus papyraceus. Hamburg, 1908. 8°.

Hempelmann E. — Ueber Monoketochloride und Diketochloride des α- Methylnaphtalins. Marburg. 1908. 8°.

Henze H. — Ein Beitrag zur Lehre von der Hyperemesis gravidarum. Marburg, 1908. 8°.

Henzerling C. — Ueber Kreatinin. Marburg, 1908. 8°.

Jaussen T. — Inwiefern wird das Auftreten von Lungenblutungen durch Witterungsverhältnisse beeinflusst? Marburg, 1909. 8°.

Kaetelhön E. — Zur Siedlungskunde des oberen Lahngebiets. Marburg, 1907. 8°.

Kohts R. — Zur Frage der Wirkung der Röntgenstrahlen auf den Morbus Basedowii. Marburg, 1908. 8°.

Krusius F. F. — Beiträge zur Physiologie und Pathologie der Fusion. Zur Analyse und Messung der Fusionsbreite. Wiesbaden, 1908. 8°.

Kühl W. — Ein Fall von erfolgreich operiertem Solitärtuberkel des Gehirns nebst Bemerkungen über Kraniotomie. Marburg, 1907. 8°.

Lohmeyer R. — Untersuchungen über die Gradation von Bromsilber-Gelatine-Trockenplatten und dem Einfluss von Lichtstrahlen verschiedener Wellenlänge. Marburg, 1907. 8°.

Malcus T. — Zwei Beiträge zur Bruchsacktuberkulose. Cassel, 1908. 8°.

Mayer A. — Zur Kenntnis der Samenbildung bei Ascaris megalocephala. Marburg, 1908. 8°.

Meitzner M. — Zur Kenntnis der Morphologie und Histologie des häutigen Labyrinthes von Gallus domesticus. Marburg, 1908. 8°.

Munk A. — Uebertragung bei Antefixatio uteri. Marburg, 1907. 8°.

Ortmann W. — Zur Embryonalentwicklung des Leberegels (Fasciola hepatica L.). Marburg, 1908. 8°.

Paschen H. — Theoretische und experi-

mentelle Untersuchung benachbarter Kernschatten sowie übereinandergreifender Halbschatten und Zerstreuungskreise. Marburg, 1907. 8°.

Pringal E. — Ueber den wesentlichen Einfluss von Spuren nitroser Gase auf die Kondensation von Wasserdampf. Marburg, 1908. 8°.

Rick O. — Ein Fall von Osteom der linken Stirnbeinhöhle und die osteoplastische Aufmeisselung der Stirnhöhle nach Küster. Marburg, 1907. 8°.

Rockstroh J. — Ueber Rückenmarksanalgesie. Marburg, 1907. 8°.

Ruttloff C. — Transplantationsversuche an Lumbriciden: Vereinigung invers gelagerter Teilstücke unter Ueberwindung der Polarität. Marburg, 1908. 8°.

Schellack C. — Uber die Entwicklung und Fortpflanzung von Echinomera hispida (A. Schn.). Marburg, 1907. 8°.

Schenck E. — Beitrag zur Frage der systematisierten Naevi. Marburg, 1907. 8°.

Schenck M. — Ueber methylierte Guanidine und einige andere Guanidinderivate. Marburg, 1907. 8°.

Schlett W. — Ueber die Aenderung der Dichte und spezifischen Wärme bei Platin und Nickel durch Bearbeitung und über Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärme derselben. Marburg, 1907. 8°.

Schmoll C. — Die Bedeutung der Lungenprobe. Marburg, 1908. 8°.

Schneider R. — Beitrag zur Chirurgie der Harnwege. Marburg, 1907. 8°.

Seegers K. — Ueber den Aufbau neuer Indikatoren. Marburg, 1907. 8°.

Weygandt C. — Beiträge zur Kenntnis der Spermatogenese bei Plagiostoma Girardi. Marburg, 1907. 8°.

Wiechert A. — Ueber einen Fall von Paratyphus B mit Herzmuskel-Verkalkung. Marburg, 1907. 8°.

Winter F. — Die Wochenbettpsychosen mit besonderer Berücksichtigung der Frage der Amentia auf Grund der seit dem Jahre 1899 an Aplerbecker Material gemachten Beobachtungen. Marburg, 1908. 8°.

Wunderlich A. — Ueber die Rhamnoglucoside aus Viola Tricolor, Polygonum Fagopyrum, Capparis-Spinosa, Aesculus-Hippocastanum und Globularia Alypum. Marburg, 1908. 8°.

Zybell F. — Das Verhalten der Pupillen bei der Syphilis, der multiplen Sklerose und der Syringomyelie. Marburg, 1908. 8°.

V. — München.

Alt E. — Die Doppeloszillation des Barometers insbesondere im arktischen Gebiete. Braunschweig, 1909. 4°.

Antonaz A. — Zur Kenntnis der Chinaalkaloïde. München, 1906. 8°.

Arnoldi H. — Ueber Metallcyanide. München, 1907. 8°.

Attensperger A. — Studien zur Morphologie der Vorderpfalz. Kronach, 1908. 8°.

Bastian R. — Das elastische Verhalten der Gleisbettung und ihres Untergrundes. Wiesbaden, 1906. 4°.

Baumann F. — Die quantitative Bestimmung des Arsens als Arsentrisulfid. München, 1907. 8°.

Beck H. — Beiträge zur Kenntniss der Metalle der Cergruppe. Nürnberg, 1907. 8°.

Belschner G. — Bestimmung der Stärke in Cerealien durch Polarisation. München, 1907. 8°.

Bernhard R. — Ueber einige zum Dianilido-μ-cyanhydrobenzoïn in Beziehung stehende Verbindungen. München, 1906. 8°.

Beyschlag H. — Ueber die Einwirkung von Schwefel auf Meta-Toluylendiamin. Berna-Leipzig, 1908. 8°.

Dachs J. — Beiträge zur Kenntnis der Torulaceen. München, 1908. 8°.

Dafinger E. — Graphodynamische Untersuchung einer Heusinger-Joy-Steuerung. Ein Beitrag zur Erkenntnis der Bewegungsverhältnisse der Steuerungsgetriebe. Berlin, 1906. 4°.

Daunderer A. A. — Ueber die in den unteren Schichten der Atmosphäre

vorhandene freie elektrische Raumladung. München, 1908. 8°.

Deinlein W. — Beiträge zur Dampfturbinentheorie. München, 1909. 8°.

Dolder E. — Ueber Zustandsverhältnisse strömender Flüssigkeiten und deren Wirkungsweise in Turbinenrädern. München, 1907. 8°.

Ebner E. — Geographische Hinweise und Anklänge in Plutarchs Schrift: de facie in orbe lunae. München, 1906. 8°.

Egerer H. — Beiträge zur Fachwerkstheorie. München, 1908. 8°.

Erfle H. — Optische Eigenschaften und Elektronentheorie. Leipzig, 1907. 8°.

Faehr P. — Ueber die Reduktion der Metalloxyde der Chromgruppe mittelst Wasserstoffs in der Hochspannungsflamme. München, 1908. 8°.

Fernekess K. — Die Haferrispe nach Aufbau und Werteilung der Kornqualitäten. (Korngewichte und Spelzengehalte). München, 1908. 8°.

Frankau A. — Untersuchungen über die Beziehungen der physikalischen Bodeneigenschaften zueinander und zur mechanischen Bodenanalyse. Straubing, 1909. 8°.

Früh M. — Studien über die Bildung des Kötzers beim Selfaktor. Berlin, 1907. 8°.

Gassenmeyer E. — Die Lehre von der Basaltbildung in ihren geologischen und geographischen Konsequenzen bis auf A. G. Werner (1789) und seine Schule. Nürnberg, 1908. 8°.

Gröber H, — Physikalische Untersuchungen für die Kältetechnik. I. Die spezifische Wärme der Chlornatriumlösungen. II. Die Schmelzwärme der Kryohydrate. III. Die Wärmeleitfähigkeit von Isoliermaterialien bei tiefen Temperaturen. München, 1908. 4°.

Hauenstein L. — Beiträge zur Kenntnis des Karbazols. Freiberg, 1907. 8°.

Herrle H. — Ueber Elektrolysen mit Wechselstrom. München, 1909. 8°.

Herzfeld E. — Beiträge zur Kenntnis des Pseudocumols. München, 1908. 8°.

Heydenreich A. — Karl Ernst von Baer als Geograph. München, 1908. 8°.

Hiendlmayr A. — Beiträge zur Chemie der Chrom und Kobalt-Ammoniake. Freising, 1907. 8°.

Huber F. J. — Die Anfänge der alpinen Forschung in den Ostalpen und im Karstgebiete (bis 1800). Würzburg, 1906. 8°.

Jakob F. — Ueber die partielle elektrolytische Reduktion aromatischer Polynitrokörper bei Gegenwart von Vanadinsalzen. Erlangen, 1908. 8°.

Jaufmann J. — Untersuchungen über den radioaktiven und elektrischen Zustand der Atmosphäre nach Beobachtungen an der K. B. meteorologischen Hochstation Zugspitze. München, 1908. 8°.

Kalb O. — Ueber Nitrosierung von Acetyl-para-amidophenol und Diacetyldiamidophenol 1-2-4. Nürnberg, 1907. 8°.

Kaufmann L. — Ueber die Einwirkung von unterchloriger Säure auf Olefinphenole und Olefinphenoläther. München, 1908. 8°.

Kohlhaus W. — Beiträge zur Kenntnis der Farbstoffe der Kongoreihe. Borna-Leipzig, 1907. 8°.

Kohn F. — Photo-elektromotorische Untersuchungen über Mischungen von Ammonoxolat mit Merkurichlorid und Ferrichlorid. München, 1908. 8°.

Kuhn E. — Ueber Ghedda-Wachs. (Ostindisches Wachs). München, 1909. 8°.

Lehmann R. — Untersuchungen über Zirkonoxyd und seine Verwendung. München, 1908. 8°.

Lehrburger K. — Ueber die Sulfurierung des o-Nitro-m-Kresols. München, 1907. 8°.

Leibu J. — Ueber enzymatische Prozesse beim Weichen, Keimen und darauffolgenden Trocknen der Geste, des Weizens und des Roggens. München, 1907. 8°.

Löbering M. — Zur Konstitution des Chinonaphtalons und Beiträge zur Frage der Konstitution des Pyrophtalons. München, 1907. 8°.

Mandelbaum R. — Ueber Calciumborat und über die Bestimmung der Borsäure. München, 1907. 8°.

Martin A. — Ueber die Darstellung von metallischem Wolfram. München, 1908. 8°.

Mendheim H. — Untersuchungen über Gips. München, 1906. 8°.

Michel A. — Versuche über Darstellung von Magnesium-Baryum-Legierungen durch Schmelzelektrolyse. München, 1908. 8°.

Mitscherlich H. — Ueber die Darstellung flüssiger und fester Chloride in der Wechselstrom-Hochspannungsflamme. München, 1908. 8°.

Mueller A. — Studien über die geographische Lage der Stadt Wasserburg am Inn. München, 1908. 8°.

Naebauer M. — Die Bedeutung der Koordinatengeometrie für die Bauingenieur-Technich. Würzburg, 1907.

Niggl E. — Untersuchungen über die Wachstumsvorgänge dei den Getreiden unter dem Einfluss verschiedener Saattiefen. München, 1907. 8°.

Nufselt W. — Die Wärmeleitfähigkeit von Wärmeisolierstoffen. Berlin, 1908. 8°.

Pfeiffer F. — Ueber die W. Flächen mit der Relation $2(R_1 - R_2) = \sin 2(R_1 + R_2)$ zwischen den Hauptkrümmungsradien R_1 und R_2. München, 1907. 8°.

Prohaska L. — Untersuchungen über die Bedeutung der physiologischen Blutbeschaffenheit (Erythrocyten, Leukocyten und Hämoglobin) von Milchkühen. München, 1908. 8°.

Riedelbauch R. — Untersuchungen über metallisches Vanadin, Niob und Tantal. München, 1907. 8°.

Rieder H. — Untersuchung einer zweivierdeutigen kinetographischen Verwandtschaft. München, 1907. 8°.

Röhler R. — Zur Konstitution der Chinophtalone. Nürnberg, 1907. 8°.

Rothenberg S. — Geschichtliche Darstellung der Entwicklung der Theorie der singulären Lösungen totaler Differentialgleichungen von der ersten Ordnung mit zwei variablen Grössen. Leipzig, 1908. 8°.

Sack B. — Georg Moller: sein Leben und Wirchen. Bayreuth, 1908. 8°.

Schaeffer A. — Ueber die Einwirkung konzentrierter Schwefelsäure auf Chinolin bei höherer Temperatur und Gegenwart von Quecksilbersulfat. München, 1908. 8°.

Schaertel G. — Ueber einige Kondensationsprodukte aus Salicyliden-und Hydrocyansalicylidenanilin. München, 1908. 8°.

Scheller E. — Ueber die Kondensation von Propylenbromid mit Natracetessigester. München, 1907. 8°.

Scheufele W. — Die Aufgabe des sechs Punkte in der Photogrammetrie. Leipzig, 1907. 8°.

Schieder H. — Die quantitative Bestimmung des Antimons als Antimontrisulfid. Weissenburg, 1908. 8°.

Schuster M. — Beiträge zur mikroskopischen Kenntnis der basischen Eruptivgesteine aus der bayerischen Rheinpfalz. München, 1907. 8°.

Schwaiger A. — Ueber das Regulierproblem in der Elektrotechnik. Leipzig, 1908. 8°.

Schwarz W. — Ueber die Sulfonierung von p-Nitro-m-Kresol. Nürnberg, 1908. 8°.

Söllner F. — Zur Kenntnis des Dimethylol α Piklins. München, 1909. 8°.

Steidle H. C. — Technische Grundlagen und wirtschaftliche Bedeutung des halbautomatischen Betriebes in Stadt- und Land-Fernsprech-Netzen. (Ein Beitrag zur Neuregelung des Telephongebühren-Tarifes). München, 1909. 4°.

Strell M. — Ueber die Fällungsbedingungen für Kupfer und Blei durch Schwefelwasserstoff aus neutralen und salzsauren Lösungen und die Anwendung der gewonnenen Ergebnisse zu einer quantitativen Trennung der beiden Metalle. München, 1908. 8°.

Surabekoff G. — Ueber die Einwirkung von Nitrobenzol auf Monoketone bei

Gegenwart von Natriumalkylat. München, 1909. 8°.

Uebelhör F. — Vergleichende Untersuchungen über die gewichtsanalytische Bestimmung des Kobalts. München, 1908. 8°.

Wagner L. — Kristallographisch-chemische Untersuchung der Halogenide aliphatischer Ammoniumbasen. Leipzig, 1907. 8°.

Waldmann K. — Beiträge zum Kommutierungsproblem. Berlin, 1907. 8°.

Weiss L. — Beiträge zur Kenntnis der in Gerste und Malz vorkommenden Phosphorverbindungen. Leipzig, 1907. 8°.

Wirth C. — Untersuchungen über die Bestimmung der diastatischen Kraft des Malzes und von Malzextrakten. München, 1908. 8°.

E. M.